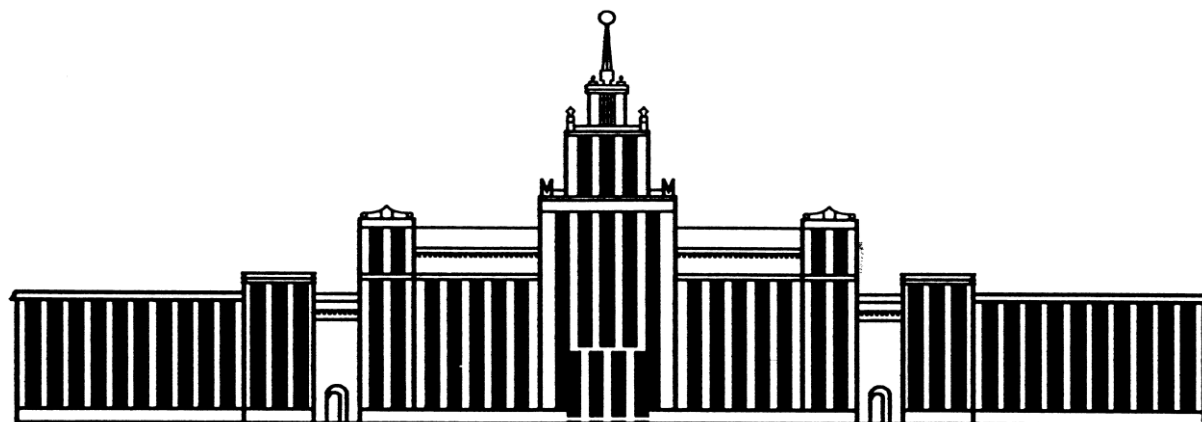

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ



ЮЖНО-УРАЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

621.382(07)
Б484

В.М. Березин

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТВЕРДОТЕЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ

Учебное пособие

Челябинск
2019

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Южно-Уральский государственный университет
Кафедра физики наноразмерных систем

621.382(07)
Б484

В.М. Березин

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТВЕРДОТЕЛЬНОЙ
ЭЛЕКТРОНИКИ И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ**

Учебное пособие

Челябинск
Издательский центр ЮУрГУ
2019

УДК 621.38 (075.8) + 621.382(075.8)
Б484

*Одобрено
учебно-методической комиссией
института естественных и точных наук*

*Рецензенты:
Е.А. Беленков, В.В. Викторов*

Березин, В.М.
Б484 Физические основы твердотельной электроники и нано-электроники: учебное пособие / В.М. Березин. – Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ 2019. – 102 с.

Пособие предназначено для студентов, обучающихся по специальностям и направлениям связанных с электроникой. В нем на доступном уровне излагаются основы теории электропроводимости в твердых телах. Приведены вопросы и задачи для самопроверки и закрепления теоретических занятий.

УДК 621.38 (075.8) + 621.382(075.8)

© Издательский центр ЮУрГУ, 2019

ВВЕДЕНИЕ

Электроника, воплощающая в себе сегодня триединство науки, техники и технологии, возникла в начале XX века в результате достижений в электрофизике. С тех пор физика служит научной и методологической базой для достижений электроники, микро- и нанoeлектроники. Именно благодаря этой базе электроника набрала высочайшие темпы развития и сегодня определяет состояние цивилизованности страны, эффективность ее экономики, состояние социальных сфер и общественной жизни.

На современном этапе, с известной долей условности, можно выделить ряд относительно самостоятельных направлений развития электроники (рис. В.1).



Рис. В.1. Основные направления развития современной электроники

В данном пособии рассматриваются физические основы твердотельной электроники, которая во многом обеспечила прогресс во второй половине XX века и истекшем периоде XXI века. Открытие в конце 1947 г. транзисторного эффекта позволило обеспечить быстрое развитие полупроводниковой элементной базы, что привело к резкому сокращению электропотребления и масса-габаритных характеристик электронной аппаратуры и способствовало широкому внедрению электронной техники в различные сферы деятельности человека.

Начиная с 60-х годов XX века, твердотельная электроника перешла на интегральные компоненты (интегральные микросхемы-ИМС). В начале 70-х появились первые микропроцессоры (МП), что дало мощный импульс в развитие цифровой вычислительной техники.

В настоящее время степень интеграции ИМС приближается к 9, что означает 10^9 элементов (транзисторов) на ЧИП или на квадратный сантиметр. Минимальный технологический размер (МРТ) в кремниевой технологии достиг 13 нм, что позволило создать компактные компьютеры

с высокими вычислительными возможностями, глобальные коммуникационные сети, мобильную телефонию, высокоточные навигационные системы и т.п. По мнению специалистов, кремниевая наноэлектроника приближается к пределу своих возможностей по части уменьшения МРТ и увеличения степени интеграции. Другие полупроводниковые материалы, в том числе, соединения $A^{II}B^{VI}$, $A^{III}B^V$ и др., требуют более детального изучения электрофизических и эксплуатационных свойств. Большой интерес вызывают квантовые приборы и квантовые компьютеры. Одним словом, роль физики в настоящем и будущем электроники будет только возрастать. В частности, квантовой физики.

I. ПРОВОДНИКИ

Электропроводность твердых тел открыл английский физик Стефан Грей в 1729 г. Однако природа этого явления стала известна только после открытия также английским физиком Дж. Дж. Томсоном электрона в 1897 г. Правда, такой сравнительно большой разрыв во времени (по современным представлениям) не помешал установить фундаментальные законы электрического тока и электромагнетизма в первой половине XIX века. В начале второй половины XIX века Д. Максвелл создает теорию электромагнитного поля, стимулирующую бурное развитие электротехники в Европе и США.

1.1. ЭЛЕКТРОН С ПОЗИЦИЙ КЛАССИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Изучая электрический ток в разреженных газах, Дж. Дж. Томсон применил метод скрещенных электрического и магнитного полей. Этот метод, как известно, позволяет по отклонению катодного луча определить удельный заряд частиц, образующих этот луч. Тщательно анализируя траекторию луча на флюоресцирующем экране, Дж. Дж. Томсон обнаружил частицу (он называл ее «корпускула»), удельный заряд которой был примерно в тысячу раз больше удельного заряда самого легкого иона водорода. Вскоре эта частица получила название – электрон.

Это была первая элементарная частица, открытая физиками. Если не брать в расчет теорию кварков, то и по сей день это – самая легкая ($m=9,1095 \cdot 10^{-31}$ кг) элементарная заряженная частица ($E = 1,60219 \cdot 10^{-19}$ Кл = 0,16 аКл). Указанная точность определения массы и заряда свободного электрона не является предельной: в некоторых источниках указывается 7–8 знаков после запятой. Заряд электрона считается элементарным, т.е. не выражается через другие физические константы и является неотъемлемой характеристикой электрона. С массой дело обстоит сложнее. Из опыта известно, что электрон не обладает гравитационной массой, поэтому в классической теории принята электромагнитная природа массы – или меры инертности. Эта природа подтверждается известными законами электромагнетизма.

В качестве примера рассмотрим движущийся с постоянной скоростью электрон. Его можно рассматривать как элементарный ток, который, согласно закону Био–Савара–Лапласа, окружен магнитным полем. Любое изменение скорости движения приводит к изменению тока и магнитного поля. В соответствии с законом электромагнитной индукции, возникает электрическое поле, которое по правилу Ленца противодействует процессу, вызывающему индукционное поле. Другими словами – возникает сила инерции, которая по второму закону Ньютона связана с

инерционной массой и изменением скорости. Эту массу называют электромагнитной, т.к. она обусловлена электромагнитным полем электрона.

Естественно, возникает вопрос о форме и размерах электрона, а также о распределении заряда по объему. Поскольку электроны входят в состав атомов (опытный факт), то очевидно, что размер электрона должен быть меньше размеров атома. Современные самые мощные микроскопы не позволяют различить этот размер. Следуя классической электронной теории, сделаем оценочные расчеты.

Предположим, что электрон – шарик радиусом r_0 . Электрическая энергия такого шарика с равномерным распределением заряда по его поверхности:

$$W_e = \int_{V_0}^{\infty} w_e(\mathbf{r}) dV, \quad (1.1)$$

где $w_e(\mathbf{r}) = \frac{\epsilon_0 E^2}{2}$ – плотность энергии электростатического поля в вакууме; $E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2}$ – величина напряженности электрического поля точечного заряда; $dV = 4\pi r^2 dr$ – элемент сферического объема.

Вычисления по (1) дают:

$$W_e = \frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r^2}. \quad (1.2)$$

Используя связь энергии с массой (электромагнитной):

$$W = mc^2. \quad (1.3)$$

Из (2) и (3) находим:

$$r_0 = 2,8 \cdot 10^{-15} \text{ м} = 2,8 \text{ ф}. \quad (1.4)$$

Это классический радиус электрона, он примерно на пять порядков меньше радиуса наименьшего атома.

Открытие электрона имело не только огромное познавательное и прикладное значение (в частности, для электроники). Оно имело важное методологическое значение для изучения электрических явлений и эффектов: изменилось представление об атомах как неделимых частицах, о природе электрического тока, возникла концепция электронейтральности вещества, получили объяснение катодный и анодный процессы при электролизе металлов из растворов их солей (законы электролиза были открыты М. Фарадеем в 1833 г., задолго до открытия электрона). Сопоставление эмпирических законов электролиза с открытием электрона

позволило на основе концепции электронейтральности впервые определить величину заряда электрона:

$$e = \frac{zF}{N_A}, \quad (1.5)$$

где z – валентность иона, $F = 96494 \frac{\text{Кл}}{z\text{-ЭКВ}}$ – число Фарадея, N_A – число Авогадро.

Представление об электроне как классической частице позволили объяснить многие явления: термоэлектронную эмиссию, ток в газах, металлах; химические связи в твердых телах и др. Это способствовало возникновению и становлению ламповой (эмиссионной) электроники, которая обеспечила впервые беспроводную связь, массовое радиовещание, телевидение и другие средства коммуникации.

Впоследствии выяснилось, что эти представления ограничены и не отражают всего комплекса свойств и характеристик электрона. Подробнее об этом в главах II-V данного учебного пособия.

1.2. ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ДРУДЕ–ЛОРЕНЦА

Одним из первых осознал революционность открытия электрона немецкий физик Пауль Друде. В 1900 г. он предложил теорию проводимости металлов. По его теории электрический ток в металлах осуществляется переносом свободных электронов под действием внешнего электрического поля. Концепция «электронного газа» в металлах позволила использовать достижения молекулярно-кинетической теории газов, и объяснить ряд экспериментальных законов, дать физическую трактовку эмпирическим понятиям. Дальнейшее развитие теория Друде получила в работах голландского физика-теоретика Хендрика Лоренца. Теория Друде-Лоренца, по сути, классическая (заметим, что также в 1900 г. М. Планк ввел в науку постоянную h , определяющую квантование теплового излучения), но она до сих пор играет важную роль в явлениях тепло-электропроводности. Поэтому рассмотрим ее подробнее.

Основные предположения модели Друде состоят в следующем:

1. В проводниках (металлах) существуют свободные электроны, совершающие тепловое хаотическое движение, подобно молекулам в теории идеального газа. Число (концентрация) этих электронов определяется валентностью атомов данного металла (z).

2. Под действием внешней силы (электрического поля) на хаотическое движение накладывается направленное движение (дрейф) этих электронов, что приводит к направленному переносу заряда – электрический ток.

3. В отличие от теории газов, электроны сталкиваются не между собой, а с ионными остовами атомов. При этом между столкновениями

каждый электрон движется, как свободная частица, т.е. не взаимодействует с другими электронами (приближение независимых электронов) и с ионными остовами (приближение свободных электронов). Время движения между двумя ближайшими столкновениями называется временем свободного пробега (τ).

Свободное движение электрона под действием внешнего электрического поля описывается вторым законом Ньютона:

$$m\vec{a} = -e\vec{E}, \quad (1.6)$$

где $\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\tau}$. Учитывая случайность величины и направления \vec{v}_0 при усреднении по всем электронам, этим слагаемым можно пренебречь. Тогда:

$$m\vec{v} = -e\tau\vec{E}. \quad (1.7)$$

Рассмотрим единичную площадку, перпендикулярную направлению напряженности поля. В единицу времени через эту площадку пройдет заряд величиной $ne|\vec{v}|$, где n – концентрация свободных электронов (электронов проводимости). Плотность тока:

$$j = -ne\vec{v}. \quad (1.8)$$

Исключая \vec{v} из (7) и (8), получаем:

$$j = \frac{e^2 n \tau}{m} \vec{E}. \quad (1.9)$$

Сопоставляя с эмпирическим законом Ома в дифференциальной форме: $j = \sigma \vec{E}$, получаем выражение для электропроводности:

$$\sigma = \frac{e^2 n \tau}{m}. \quad (1.10)$$

Таким образом, теория Друде позволяет вывести закон Ома и получить формулу для удельной электропроводности, в которой наиболее проблематичен один сомножитель – τ . Действительно, концентрацию электронов проводимости в металлах легко оценить, исходя из справочных данных по плотности массы – ρ_m :

$$n = \frac{N_A z \rho_m}{A}, \quad (1.11)$$

где z – валентность, N_A – число Авогадро, A – относительная атомная масса металла.

Исходя из теории Друде, можно также вывести известный опытный закон Видемана-Франца: отношение удельной теплопроводности металлов (она, преимущественно, электронная!) к удельной электропроводности при данной температуре T есть величина постоянная:

$$\frac{\kappa}{\sigma} = \frac{3}{2} \left(\frac{k}{e} \right)^2 T, \quad (1.12)$$

где k – постоянная Больцмана, $\frac{3}{2} \left(\frac{k}{e} \right)^2 = L$ – число Лоренца, равное $1,11 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт} \cdot \text{Ом}}{\text{К}^2}$.

На основе теории Друде, Лоренц получил выражение для коэффициента Холла: $R_x = \frac{1}{en}$, что явилось еще одним важным достижением этой теории. При выводе выражения для эффекта Холла (см. 1,5) помимо электрического поля на электрон действует еще и магнитное поле (сила Лоренца):

$$\vec{F}_L = e[\vec{v}\vec{B}]. \quad (1.13)$$

В заключении этого параграфа оценим величину времени свободного пробега τ , используя (1.10), (1.11), а также экспериментальные значения удельного электросопротивления металлов ρ (табл. 1).

Таблица 1

Данные о примесях

Элемент	ρ , мкОм·см T=273 К	n , 10^{22} см^{-3} T=273 К	z	τ , 10^{-14} с T=273 К
Cu	1,56	8,47	1	2,7
Ag	1,51	5,86	1	4,0
Au	2,04	5,90	1	3,0
Fe	8,9	17,0	2	0,24
Al	2,45	18,1	3	0,80
Ga	13,6	15,4	3	0,17
Sn	10,6	14,8	4	0,23
Pb	19,0	13,2	4	0,14
Bi	107	14,1	5	0,023

Из таблицы видно, что даже для металлов имеет место большой разброс значений ρ (два порядка!). Этот разброс возрастает еще на несколько порядков, если включить в рассмотрение элементы IV, V, VI групп. Причины большой разницы в электросопротивлениях элементов не могут быть объяснены с позиций теории Друде, т.к. она не учитывает строение атомов химических элементов. Теория строения атомов была

создана позже, спустя полтора десятилетия (Н. Бор, 1913 г.) после открытия электрона.

1.3. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ НА ПЕРЕМЕННОМ ТОКЕ

В электронике проводники чаще используются в цепях переменного тока (внешнего электрического поля), в высокочастотных и импульсных цепях. Представляет интерес применения модели Друде для высокочастотной электропроводности. При этом надо выяснить ряд физических важных вопросов. В частности, соотношение между длиной свободного пробега электронов проводимости и длиной электромагнитной волны внешнего поля. Это можно сделать воспользовавшись, известным в молекулярно-кинетической теории газов, законом о распределении энергии по степеням свободы. Для электрона их три, поэтому скорость теплового движения можно оценить из соотношения: $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{3}{2} kT$, откуда $mv = 105$ м/с.

Длина свободного пробега: $l = mv\tau$, где τ -время свободного пробега (см. таблицу 1), следовательно $l = 1 \div 10$ нм. Применение модели Друде требует, чтобы длина волны была много больше l . По шкале электромагнитных волн видно. Что это условие выполняется во всем радиодиапазоне, а также в оптическом вплоть до ультрафиолета

Второй вопрос, требующий обсуждения – воздействие магнитного компонента внешнего поля на движение электрона. Его влиянием можно пренебречь, т.к. сила Лоренца на несколько порядков меньше по величине по сравнению с Кулоновской, т.к. в электромагнитной волне. Это соотношение вытекает из закона сохранения энергии в электромагнитной волне:

$$\varepsilon_0 \varepsilon_r E^2 = \mu_0 \mu_r H^2.$$

Откуда следует: $\frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ с учетом сделанных замечаний преобразуем уравнение (1.6) вводя импульс электрона $p(t)$ как функцию времени и учтем процесс рассеяния как результат действия эффективной силы трения $F_{тр}$. Последнее допустимо так как масса электрона много меньше массы рассеивающего тела, поэтому потеря кинетической энергии электроном в результате рассеяния не велика. Таким образом уравнение (6) можно записать в следующем виде:

$$\frac{d\vec{p}(t)}{dt} = -e\vec{E} - F_{тр}, \quad (1.14)$$

где $\vec{E} = \vec{E}(\omega)e^{-i\omega t}$ – комплексная амплитуда переменного поля. Для решения уравнения (1.14) необходимо выразить F_{Tp} через параметры модели Друде. Очевидно, что она пропорциональна импульсу электрона $\vec{p}(t)$ и обратно пропорциональна времени свободного пробега – τ . Получаем неоднородное дифференциальное уравнение 1-го порядка относительно импульса:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} + \frac{\vec{P}}{\tau} = -e\vec{E}. \quad (1.15)$$

Будем искать стационарное решение в виде $\vec{P}(t) = \vec{P}(\omega)e^{-i\omega t}$. Подставляя в (1.15) получаем

$$-i\omega\vec{P}(\omega) + \frac{1}{\tau}\vec{P}(\omega) = e\vec{E}(\omega). \quad (1.16)$$

Согласно определению плотности тока: $\vec{j} = -env = -\frac{enP(\omega)}{m}$.
Из (1.16):

$$\vec{P}(\omega) = \frac{e\vec{E}(\omega)}{\frac{1}{\tau} - i\omega}. \quad (1.17)$$

Применяя дифференциальный закон Ома переменного тока:

$$\vec{j}(\omega) = \sigma(\omega)\vec{E}(\omega), \quad (1.18)$$

в итоге получаем:

$$\sigma(\omega) = \frac{e^2 n \tau}{m - i\omega \tau}. \quad (1.19)$$

Или, используя выражения для удельной электропроводимости на переменном токе по теории Друде $\sigma_0 = \frac{e^2 n \tau}{m}$, окончательно имеем:

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 - i\omega \tau}. \quad (1.20)$$

Выделяя действительную часть проводимости, получим:

$$\sigma(\omega) = \frac{\sigma_0}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (1.21)$$

Видно, что на низких частотах ($\omega\tau \ll 1$) $\sigma(\omega) = \sigma_0$, не зависит от частоты. При $\omega\tau \leq 1$ электропроводность убывает с частотой вплоть до нулевых значений. Эта формула подтверждается известным опытным фактом: в ультрафиолетовой области спектра некоторые металлы становятся оптически прозрачны. Для тонких металлических пленок это легко проверить, если их напылять на прозрачную подложку.

1.4. ТОКИ ФУКО И СКИН-ЭФФЕКТ В ПРОВОДНИКАХ

Рассмотрим подробнее явления в изотропных массивных проводниках, помещенных в переменное электромагнитное поле. Согласно закону электромагнитной индукции, обобщенному в виде первого уравнения Максвелла:

$$\mathbf{rot}\vec{E} = -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}, \quad (1.22)$$

переменное магнитное поле возбуждает вихревое электрическое поле. Если это происходит в проводнике, то в нем возникает индукционный (вихревой) ток. Такие токи получили название токов Фуко. В таких цепях и линиях переменного тока токи Фуко связывают с вредными эффектами потери электромагнитной энергии и превращение её в тепло. Для расчета токов Фуко требуется знать глубину проникновения магнитного поля (\vec{B}) в металле.

Для оценки этой глубины применим второе уравнение Максвелла в виде:

$$\mathbf{rot}\vec{H} = \mathbf{j}(\omega). \quad (1.23)$$

В правой части уравнения отсутствует слагаемое, связанное с током смещения т.к. мы рассматриваем только хорошие проводники. С учетом (1.18), (1.22) и (1.23), после применении операции \mathbf{rot} к (1.23) и исключение $\mathbf{rot}\vec{E}$ получаем

$$\Delta\vec{H} = \mu\sigma\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}, \quad (1.24)$$

где Δ – оператора Лапласа, а $\mu = \mu_0\mu_r = -\frac{\vec{B}}{\vec{H}}$.

При этом учитывается, что

$$\mathbf{rot}(\mathbf{rot}\vec{H}) = \mathbf{grad}(\mathbf{div}\vec{H}) - \Delta\vec{H},$$

а $\text{div } \vec{H} = 0$, в силу четвертого уравнения Максвелла (отсутствие магнитных зарядов). Уравнение (1.24) имеет вид уравнения теплопроводности (или диффузии), решение его известно из математической физики. Подобно теплу или веществу, магнитное поле проникает вглубь металла, уменьшая свою амплитуду. Индуцируемое магнитным полем электрическое поле будет создавать токи Фуко.

Если в уравнениях Максвелла (22) и (23) исключить магнитное поле, то можно аналогичным образом получить уравнение для компоненты электрического поля

$$\Delta \vec{E} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}. \quad (1.25)$$

Распределение электрического поля по глубине проводника будет определять распределение плотности токов, они будут убывать с глубиной

Явление концентрации высокочастотных токов на поверхности проводника получило название скин-эффекта. А слой проводника, в котором сконцентрирован высокочастотный ток, называется скин-слоем. Расстояние, на котором плотность тока уменьшается в e раз (e – основание натурального логарифма), называется эффективной глубиной проникновения переменного тока – δ . Величина δ имеет порядок $\frac{1}{\sqrt{\mu\sigma\omega}}$, где ω – циклическая частота переменного тока.

1.5. ЭЛЕКТРОН В ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ И МАГНИТНОМ ПОЛЯХ. ЭФФЕКТ ХОЛЛА. МАГНИТОСОПРОТИВЛЕНИЕ

Теория Друде–Лоренца позволяет рассчитать динамику электрона в электрическом и магнитном полях. В 1879 г. американский физик Эдвин Холл экспериментально измерил на тонкой пластинке золота эффект возникновения поперечной ЭДС при продольном токе и перпендикулярном магнитном поле.

Схема расположения пластинки относительно полей приведена на рис. 1.1(а)

Измеряя разность потенциалов в направлении x , Холл обнаружил, что она отлична от нуля только при включенном магнитном поле перпендикулярном плоскости пластинки. Изменяя силу тока (j) и величину магнитного поля, он нашел, что величина измеренного напряжения пропорциональна силе тока и магнитному полю.

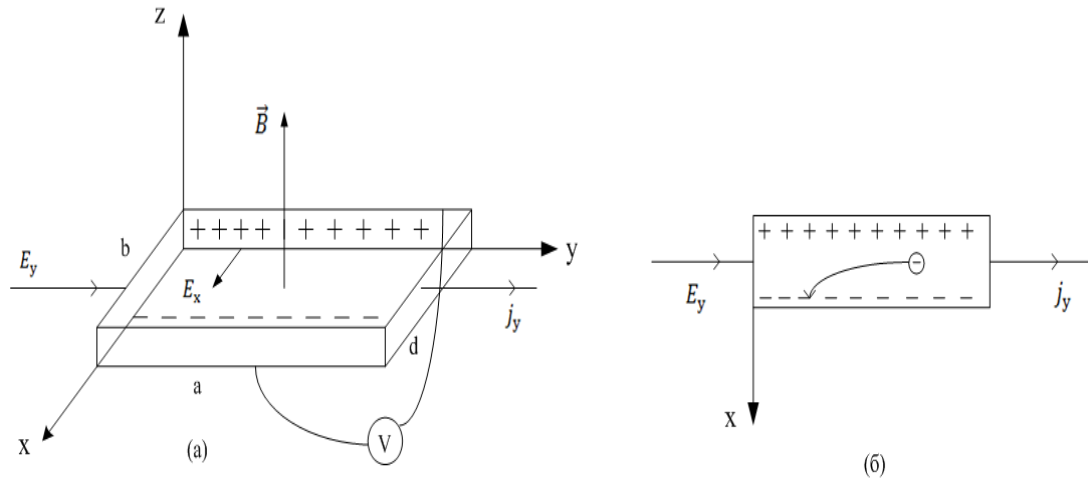


Рис. 1.1. Схема эксперимента Холла (а). Отклонение траектории электронов в магнитном поле (вид сверху) (б)

Теория Друде позволяет легко рассчитать напряжение Холла, зная электронную природу тока и выражения для силы Лоренца, действующей на электрон, движущийся в магнитном поле:

$$\vec{F}_L = e[\vec{v}\vec{B}], \quad (1.26)$$

где \vec{v} – дрейфовая скорость электронов.

Отклонение электронов магнитным полем приведет к возникновению поперечного (\vec{E}_y) электрического поля, которое называют холловским. Это поле создает поток электронов в отрицательном направлении оси x. В стационарном состоянии потоки электронов, обусловленные силой Лоренца и полем Холла, скомпенсируют друг друга. При этом соответствующие силы будут равны:

$$-eE_x = evB. \quad (1.27)$$

Зная поле Холла, можно вычислить напряжение Холла:

$$V_x = -\int_0^b E_x dy. \quad (1.28)$$

Заменяя величину дрейфовой скорости в (1.27): $v = \frac{j}{en}$, где $j = \frac{J}{bd}$, из (1.28) получаем

$$v_x = \frac{1}{eR} \frac{Bi}{d}. \quad (1.29)$$

Полученная формула для напряжения Холла качественно объясняет результат эксперимента, более того, она позволяет определить знак и

концентрацию носителей тока в проводнике. Это важное свойство эффекта Холла объясняет широкое его применение в экспериментальных методах исследования явления электропроводности в различных металлах и полупроводниках (см. главу 3). Что касается количественного сопоставления с экспериментом, то здесь можно лишь отметить слабые стороны теории: она не учитывает взаимодействие электронов с кристаллической структурой проводника, а также распределение электронов по скоростям поэтому формула (1.29) должна уточняться (см. главу 3).

Развивая изложенные выше качественные рассуждения, можно легко получить еще один гальваномагнитный эффект – увеличения электросопротивления проводника в магнитном поле. Этот эффект называется магнитосопротивлением. Причины его те же, что и эффекта Холла – искривление траектории электронов проводимости в магнитном поле. Причем магнитное поле может направляться как перпендикулярно линиями тока (поперечный эффект), так и продольно (продольный эффект). Экспериментально эффект магнитосопротивления также был подтвержден.

В заключении отметим достижения и слабые стороны теории Друде-Лоренца. К числу величайших достижений следует отнести:

1. Вывод дифференциального закона Ома и формулы для удельной электропроводности.

2. Подтверждение эмпирического закона Видемана-Франца и определение числа Лоренца.

3. Вывод формулы для ЭДС эффекта Холла.

4. Заложены основы классической электронной теории, сыгравшей важную роль в развитии физики и особенно релятивистской электромагнитной теории в XX веке. На “плечах” классической электромагнитной теории возникли современная квантовая механика и квантовая электродинамика.

5. Классическая электронная теория послужила идейной основой для создания первых электронных изобретений и устройств, обеспечивающих техническую революцию в области беспроводной радиосвязи, измерительной техники, экспериментальной физики.

После кончины Пауля Друде (1906 г.) электронную теорию развил Хендригс Лоренц, выдающийся нидерландский физик-теоретик; создатель классической электронной теории металла.

Вместе с тем теория Друде, и вообще классическая электронная теория, бессильна перед рядом неоспоримых опытных фактов:

1. Разброс величин электропроводности (более десяти порядков) различных химических элементов;

2. Различный характер температурных зависимостей электропроводности химических элементов и их соединений;

3. Отсутствие вклада в теплоёмкость электронного газа. В соответствии с законом Дюлонга–Пти молярная теплоемкость металлов и диэлектриков одинакова и составляет ≈ 25 Дж/моль; и ряда других, которые впоследствии были объяснены с позиций квантовой теории твердого тела.

1.6. ТЕОРИЯ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ МЕТАЛЛОВ ЗОММЕРФЕЛЬДА

В 20^х годах XX века в физике стали развиваться идеи волновой механики, которая впоследствии получила название “квантовая механика”. Движущий силой этих идей был, по-видимому, дуализм свойств света, о котором спорили еще И.Ньютон и Гюйгенс. К XX веку количество и качество экспериментальных фактов достигло критической точки. С одной стороны, типичные волновые свойства света: интерференция, дифракция, дисперсия. С другой стороны, корпускулярные эффекты: внешний фотоэффект, давление света, эффект Комптона. Поворотным событием, по-видимому, следует считать идею М. Планка о квантовании энергии теплового излучения: $\varepsilon = h\nu$, где h – постоянная Планка, ν – частота световой волны. Именно эта идея позволила объяснить парадокс классической теории, получившей название “ультрафиолетовая катастрофа”, и объяснить спектральную зависимость теплового излучения.

Постоянная Планка явилась принципиально новой физической константой, не имеющей аналогов в классических теориях. Размерность этой константы: Дж с, получившая название кванта действия. Связь энергии кванта с частотой световой волны в формуле Планка стимулировали французского физика Луи де Бройля развить революционную по тем временам идею: объединить движущую частицу с неким волновым процессом. Этой идее он посвятил три статьи, опубликованные в Париже в 1923 г. Физическую природу волн, де Бройля позволили прояснить эксперименты по дифракции потока элементарных частиц на пространственных дифракционных решетках, роль которых выполняли монокристаллы, выращенные в специальных условиях. Классические опыты по дифракции электронов на монокристалле никеля были поставлены К. Девиссоном и Л. Джермером (1927г). Электроны небольшой энергии создавались электронной пушкой. В результате дифракции их на поверхностных слоях кристалла в отраженных пучке наблюдались дифракционные кольца интенсивности, подобные дифракции света в оптике. Эти опыты подтверждали идею де Бройля о волновых свойствах частиц, если допустить, что все частицы в пучке имеют энергию W и импульс \vec{P} , то формально с этим потоком частиц можно связать плоскую волну:

$$\Psi(\vec{r}, t) = Ae^{i\left(\frac{E}{\hbar}t - \frac{[\vec{P}, \vec{r}]}{\hbar}\right)}, \quad (1.30)$$

где $F = \hbar\omega$ по М. Планку, $\vec{p} = \hbar\vec{k}$ по де Бройлю.

Уравнение (1.30), собственно, представляет волну де Бройля. Длина волны де Бройля:

$$\lambda = \frac{2\pi}{|k|} = \frac{2\pi\hbar}{|\vec{p}|}.$$

Для нерелятивистских скоростей $|\vec{p}|^2 = 2Em$, следовательно:

$$\lambda = \frac{2\pi\hbar}{\sqrt{2mE}}. \quad (1.31)$$

Для электронов энергию E можно связать с ускоряющей разность потенциалов электронной пушки:

$$E = eV.$$

Варьируя ускоряющую разность потенциалов, можно получить широкий спектр длин волн де Бройля. Применяя идеи квантовой механики к электронам проводимости в металлах Э. Ферми и П. Дирак нашли выражение для функции распределения электронов по энергиям (состояниям), получившей название – статистика Ферми–Дирака: $f(E, T)$. Эта функция определяет вероятность того, что энергетическое состояние E при температуре T занято электроном. Вид функции (рис. 1.2):

$$f(E, T) = \frac{1}{e^{\frac{E-\mu}{kT}} + 1}, \quad (1.32)$$

где μ – параметр электронной системы, называемый химический потенциал.

Физический смысл этого параметра – величина энергии, которую приобретает электрон с вероятностью 0,5 при $T=0$ К функция распределения имеет вид ступеньки. При этом μ равен энергии наивысшего занятого электроном уровня. Этот уровень называется уровень Ферми – F .

Немецкий физик-теоретик А. Зоммерфельд в 1928 г. предположил, что электроны проводимости в металлах представляют собой электронный газ, подчиняющийся статистики Ферми-Дирака, и построил квантовую электронную теорию проводимости металлов. Согласно этой теории, электроны проводимости могут приобретать дискретный (квантованный)

набор энергии, при этом одно значение энергии (энергетический уровень) могут иметь не более двух электронов (принцип Паули). Схематически энергетическое состояние электронов проводимости в металле может быть представлено набором параллельных уровней, в нижней части которого расположены электроны по два на каждом уровне. Число энергетических уровней, предоставляемых электроном порядка числа атомов в кристалле энергетическое расстояние между уровнями как правило элементарной тепловой энергией (kT) и энергии, приобретаемой электроном во внешнем электрическом поле (eV). Поэтому электроны свободно участвуют в процессах переноса заряда (электропроводности) и тепла (теплопроводность).

1.6.1. Свойства функции распределения Ферми–Дирака

Из выражения (32) для функции Ф.Д. следует, что при $E - \mu \gg kT$, оно существенно упрощается, принимая вид распределения Больцмана:

$$f(E, T) \cong e^{-\frac{E-\mu}{kT}}. \quad (1.33)$$

Электронный газ, подчиняющийся статистике Больцмана, называется невырожденным газом. Если же применима исходная статистика Ф.Д. (1.32), то электронный газ называют вырожденным.

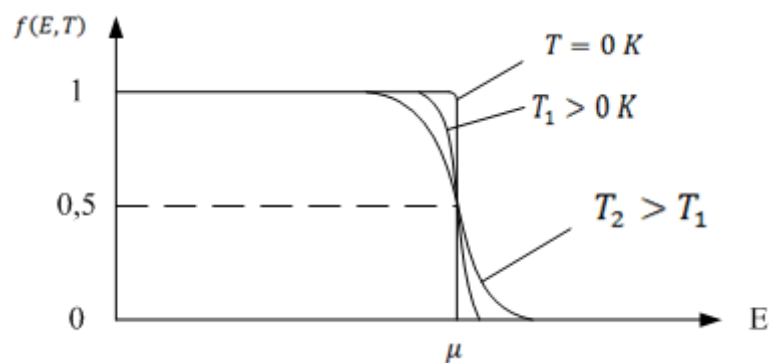


Рис. 1.2. Зависимость функции Ферми-Дирака от энергии электронов при различных температурах

На рис. 1.2 приведены графики зависимости функции Ферми Дирака от энергии при трех различных температурах.

«Размытие» ступеньки функции распределения указывает на увеличение энергии электронов за счет теплового возбуждения и переход на более высокие энергетические уровни. Интервал энергии, в котором

происходит «размытие»: $\Delta E \cong \mu \pm kT$. Чем выше температура, тем длиннее, так называемый, «хвост» функции распределения.

В практических задачах условие вырождения электронного газа обычно записывается в виде:

$$\infty > \mu - E_c > 5kT, \quad (1.34)$$

где E_c – уровень дна зоны проводимости. Из условия (34) следует, что уровень химического потенциала в вырожденном полупроводнике или металле должен лежать выше дна зоны проводимости на величину 5 кТ. При комнатной температуре это 0,13 эВ.

Невырожденным (полностью!) считается электронный газ, уровень химического потенциала в котором находится ниже дна зоны проводимости, как минимум на кТ, т.е.:

$$-\infty < \mu - E_c < -kT. \quad (1.35)$$

В формулах (1.34)–(1.36) отсчет энергии ведется от дна зоны проводимости.

В случае промежуточного положения уровня химического потенциала:

$$-kT < \mu - E_c < 5kT. \quad (1.36)$$

Электронный газ считается частично вырожденным.

Рассмотрим подробнее характер изменения функции распределения вблизи уровня μ . Для этого используем производную по энергии:

$$\frac{df(E,T)}{dE} = -\frac{1}{2kT(1+ch\xi)},$$

где $\xi = \frac{E-\mu}{kT}$, $ch\xi = \frac{e^\xi - e^{-\xi}}{2}$.

При $T \rightarrow 0$ всюду, кроме $E = \mu$, $ch\xi \rightarrow \infty$. Поэтому производная по энергии, взятая со знаком минус, приобретает свойства δ -функции.

Чем меньше температура ($T \rightarrow 0$), тем ближе она к δ -функции. Тогда можно записать условие:

$$-\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial f(E,T)}{\partial E} dE = 1,$$

при $T \rightarrow 0$ К.

1.6.2. Поверхность Ферми в металлах

В металлах концентрация электронов проводимости (электронный газ) имеет порядка $10^{22} \frac{1}{\text{см}^3}$, что обеспечивает полное вырождение в широком диапазоне температур. Исключение составляют, так называемые, полуметаллы: висмут, сурьма, графит – в которых концентрация на несколько порядков меньше $\sim 10^{18} \frac{1}{\text{см}^3}$ и приближается к величинам, характерным для полупроводников.

Заполнение уровней верхней энергетической зоны металлов происходит в соответствии с принципом Паули: по два электрона на один уровень с противоположной ориентацией спинов. Учитывая, что число уровней в зоне проводимости примерно равно числу атомов в кристалле и, следовательно, примерно равно числу электронов проводимости, можно ожидать, что зона проводимости будет заполнена примерно наполовину. Следовательно, при нулевой температуре (основные состояния) в зоне проводимости будет четкая энергетическая граница между заполненными и свободными уровнями. Величина этой границы называется уровнем Ферми F (энергией Ферми). Очевидно, что эта энергия преимущественно кинетическая:

$$E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad (1.37)$$

где $\vec{p} = \hbar \vec{k}$ – импульс электрона, \vec{k} – его волновой вектор.

Следовательно, энергия Ферми:

$$F = \frac{\hbar^2 k_F^2}{2m}, \quad (1.38)$$

где \vec{k}_F – волновой вектор Ферми.

В пространстве волновых векторов (обратном пространстве) формула (1.38) дает сферу, называемую сферой Ферми. Теория Зоммерфельда не учитывает взаимодействие электронов проводимости с кристаллической решеткой, поэтому пространство волновых векторов изотропно (сфера). В дальнейшем мы увидим, что реальные поверхности Ферми в металлах могут иметь сложную топологию и анизотропию.

Объем, ограниченный сферой Ферми, очевидно, определяет число электронов проводимости в металле. При этом, в силу квантования энергии, волновой вектор также принимает дискретный набор значений (1.37). Объем шара в k -пространстве пропорционален k_F^3 , следовательно, и

концентрация электронов будет пропорциональна k_F^3 . Статистические расчеты дают формулу:

$$n = \frac{k_F^3}{3\pi^2}. \quad (1.39)$$

Концентрацию электронов проводимости в металлах можно определить по известной формуле (см. 1.1):

$$n = N_A \frac{\rho m Z}{A}.$$

Например, в меди она равна $8,5 \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{см}^3}$, в алюминии $1,8 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{см}^3}$, в серебре $5,9 \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{см}^3}$; максимальное значение – для бериллия: $2,5 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{см}^3}$. С учетом этих величин видно, что $k_F \cong 10^8, \frac{1}{\text{см}}$. Можно оценить величину скорости электрона на уровне Ферми:

$$v_F = \left(\frac{\pi}{m}\right) k_F \cong 10^6, \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

В соответствии с формулой (38) энергия Ферми:

$$F = \frac{\pi^2 k_F^2}{2m} \cong 5 \text{ эВ}.$$

Более детальные расчеты по теории Зоммерфельда показывают, что энергия Ферми металлических элементов лежит в пределах от 1,6 эВ (Cs) до 14,3 эВ (Be).

1.6.3. Плотность электронных энергетических уровней в металлах

Квантование энергии электронов в твердых телах порождает естественный вопрос о плотности распределения энергетических уровней, т.е. количество уровней, приходящихся на единичный интервал энергии. Величина этой плотности в общем случае зависит от энергии, поэтому можно определить функцию плотности состояний $g(E)$:

$$g(E) = \frac{dN}{dE},$$

где dN – число уровней в интервале энергии от E до $E + dE$.

Квантово-статистические расчеты для простой сферической зоны проводимости дают выражение функции плотности состояния в зоне проводимости:

$$g(E) = 2\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2}, \quad (1.40)$$

где m_e^* – эффективная масса электрона в зоне проводимости, E_c – энергия дна зоны проводимости.

Аналогичная формула может быть записана для плотности уровней в валентной зоне:

$$g(E) = 2\pi \left(\frac{2m_p^*}{h^2}\right)^{3/2} (E_v - E)^{1/2}, \quad (1.41)$$

где E_v – энергия потолка валентной зоны.

При выводе формул (40), (41) использовался параболический закон дисперсии вида:

$$E(\vec{k}) = E_c + \frac{\pi^2 k^2}{2m_e^*}, \quad (1.42)$$

со скалярной эффективной массой и экстремумом E_c в точке $k = 0$. В общем случае закон дисперсии может иметь более сложный вид и, соответственно, функция плотности состояний будет также усложняться.

Принципиально важно, что значение функции плотности состояний позволяет на основе функции распределения Ферми-Дирака $f(E, T)$ вычислить концентрацию электронов (или электронных дырок) в любом заданном интервале энергий, например, от E_c и до ∞ :

$$n = 2 \int_{E_c}^{\infty} g(E) \cdot f(E, T) dE. \quad (1.43)$$

Множитель 2 учитывает тот факт, что один уровень энергии может быть занят двумя электронами с противоположной ориентацией спинов.

Задачи

1. Для металлов первой группы таблицы Д.И. Менделеева число свободных электронов равно числу атомов в этом объеме. Вычислить концентрацию свободных электронов в меди и серебра при стандартных условиях.

2. В медном проводнике с диаметром 1 мм течет ток 0,1 А. Вычислить среднюю дрейфовую скорость электронов в этом проводнике.

3. Оценить величину среднего времени свободного пробега электронов в меди и их подвижность.

4. Сравнить средние величины дрейфовой и тепловой скорости электронов в проводнике.

5. Определить удельную теплопроводность меди, зная удельную электропроводимость (см. примечание).

6. Вычислить скорость электронов на уровне Ферми: $E_F = 7$ ЭВ.

7. Используя формулу для плотности состояний в металле вычислить максимальное значение энергии электрона в металле при температуре абсолютного нуля.

8. Вычислить коэффициент Холла для меди.

9. Используя свойства функции распределения Ферми-Дирака $f(E)$ показать что для любого ΔE справедливо тождество $f(\Delta E) = 1 - f(-\Delta E)$, где $\Delta E = \mu$, $f(E)$ – функция Ферми вычисления при $E = \mu \pm \Delta E$.

Примечание:

	Медь	Серебро
Удельное сопротивление	$1,68 \cdot 10^{-8}$	$1,59 \cdot 10^{-8}$
Плотность массы при 20°C $\frac{\text{г}}{\text{см}^3}$	8,96	$1,59 \cdot 10^{-8}$
Удельная теплопроводность при 20°C , $\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot\text{К}}$	394,3	407,8
Параметр элементарной ячейки (ГЦК) А	3,6074	4,0772

II. СТАТИСТИКА ЭЛЕКТРОНОВ И ДЫРОК В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Полупроводниковые материалы – основа твердотельной электроники. Поэтому рассмотрим подробнее применение фундаментальных законов статистики для расчета практически важных электрофизических параметров полупроводников.

2.1. ВЫЧИСЛЕНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ЭЛЕКТРОНОВ И ДЫРОК В ПОЛУПРОВОДНИКЕ

Подставляя в формулу (1.43) (см 1.6.3) выражение функций $f(E, T)$ и $g(E)$ и используя безразмерные переменные:

$$\frac{E-E_c}{kT} = x; \frac{\mu-E_c}{kT} = \xi,$$

получаем для концентрации:

$$n = 4\pi \left(\frac{2m_e^*kT}{h^2} \right)^{3/2} \int_0^\infty \frac{x^{1/2} dx}{e^{x-\xi} + 1}.$$

Введем следующие обозначения:

$$2 \left(\frac{2\pi m_e^*kT}{h^2} \right)^{3/2} = N_c; \int_0^\infty \frac{x^{1/2} dx}{e^{x-\xi} + 1} = \varphi_{1/2}(\xi).$$

Величина N_c имеет размерность концентрации и называется эффективным числом состояний в зоне проводимости. Интеграл $\varphi_{1/2}(\xi)$ в элементарных функциях не выражается, он называется интегралом Ферми порядка $\frac{1}{2}$. Мы используем две асимптотики этого интеграла:

$$\varphi_{1/2}(\xi) = \begin{cases} \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^\xi, & -\infty < \xi < -1 \\ \frac{2}{3} \xi^{3/2}, & 5 < \xi < \infty \end{cases}.$$

Первая соответствует невырожденному электронному газу (полупроводнику) подчиняющемуся классической статистике Больцмана; вторая соответствует выраженному полупроводнику.

Концентрация электронов в невырожденном случае:

$$n = N_e e^{-\frac{E_c - \mu}{kT}}. \quad (2.1)$$

В вырожденном случае:

$$n = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m_e^*}{n^2} \right)^{\frac{3}{2}} (\mu - E_c)^{\frac{3}{2}}. \quad (2.2)$$

Напомним, что в формуле (45) уровень химического потенциала находится в зоне проводимости на энергетическом расстоянии $\geq 5kT$.

Аналогичные вычисления для концентрации электронных дырок в валентной зоне дают формулы:

$$p = N_v e^{-\frac{\mu - E_v}{kT}} - \text{невырожденный случай}, \quad (2.3)$$

$$p = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m_p^*}{n^2} \right)^{\frac{3}{2}} (E_v - \mu)^{\frac{3}{2}} - \text{вырожденный случай}. \quad (2.4)$$

Следует обратить внимание на явную независимость концентрации носителей тока от температуры в вырожденных полупроводниках, в то время как в невырожденных зависимость явно сильная (экспонента), а неявно $\approx T^{\frac{3}{2}}$, химический потенциал также зависит от температуры.

2.2. СОБСТВЕННЫЙ ПОЛУПРОВОДНИК. УРАВНЕНИЕ ЭЛЕКТРОНЕЙТРАЛЬНОСТИ

Собственным называется химический абсолютно чистый полупроводник, не содержащий электроактивных дефектов кристаллической структуры. В собственном полупроводнике возникновение носителей тока возможны только за счет переходов электрона из валентной зоны в зону проводимости. При этом число электронов проводимости точно равно числу дырок в валентной зоне.

В реальности абсолютно чистых полупроводников не бывает. Даже при самой тщательной очистке остаются не контролируемые примеси как донорные, так и акцепторные свойства. Впрочем, на практике их влиянием часто можно пренебречь.

Модель собственного полупроводника удобна для расчётов на основе уравнения электронейтральности. Для собственного полупроводника оно имеет простой вид:

$$n = p.$$

Рассмотри невырожденные собственные полупроводники. Подставляя в уравнение электронейтральности выражения для концентраций (2.2) и (2.3), логарифмируя его получаем выражение для химического потенциала:

$$\mu = \frac{E_c + E_v}{2} + kT \ln \left(\frac{m_p}{m_e} \right)^{\frac{3}{4}}. \quad (2.5)$$

Температурная зависимость химического потенциала приведена на рис. 2.1 при условии, что $m_p > m_e$

Видно, что при условии постоянства зонных параметров – это линейная зависимость, направленная в сторону зоны более легких носителей тока.

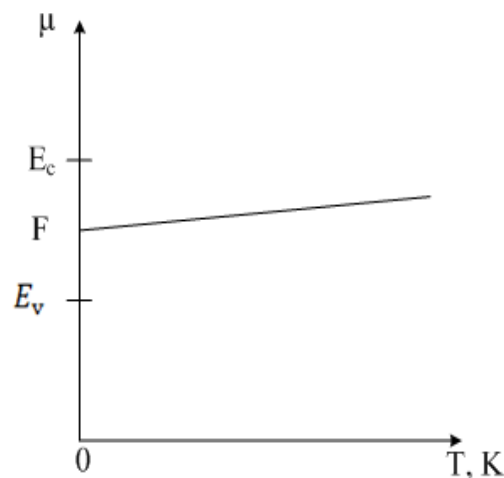


Рис. 2.1. Температурная зависимость химического потенциала в собственном полупроводнике: $m_p > m_e$ $F = \frac{E_c + E_v}{2}$.

При абсолютном нуле уровень химпотенциала в середине запрещенной зоны.

Вычислим собственную концентрацию:

$$n_i^2 = n \times p.$$

Подставляя формулы для n и p невырожденного полупроводника, получим:

$$n_i = \sqrt{N_0 N_v} e^{-\frac{\Delta E_g}{2kT}}, \quad (2.6)$$

где $\Delta E_g = E_c - E_v$ – ширина запрещенной зоны собственного полупроводника.

Полученное выражение позволяет определить ширину запрещенной зоны полупроводника по температурным зависимостям концентрации. Для этого формулу (2.6) обычно приводят к полулогарифмическим координатам $\ln n_i - \frac{1}{T}$:

$$\ln n_i = c - \frac{3}{2} \ln \frac{1}{T} - \frac{\Delta E_g}{2k} \times \frac{1}{T},$$

где c – постоянная, не зависящая от температуры.

Вторым слагаемым часто можно пренебречь ввиду его малости по сравнению с третьим. Тогда зависимость линеаризуется (рис. 2.2) и

$$\Delta E_g = 2k |\operatorname{tg} \varphi|, \quad (2.7)$$

$\operatorname{tg} \varphi$ находится из графика $\ln n_i - \frac{1}{T}$, получаемого, например, из температурных зависимостей коэффициента Холла.

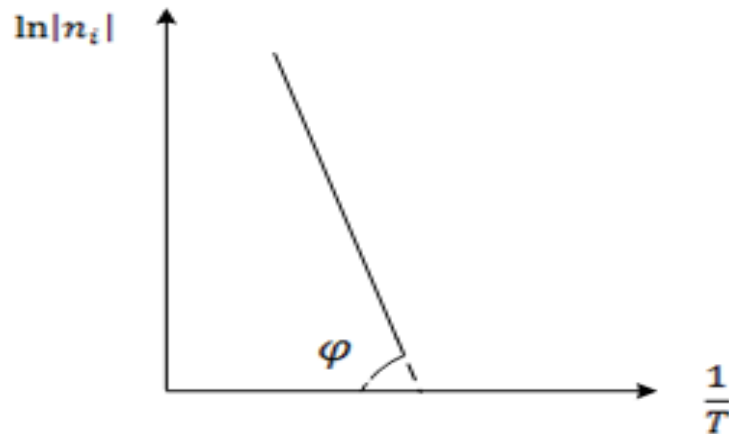


Рис. 2.2. Зависимость концентрации от обратной температуры

2.3. ПРИМЕСНЫЙ ПОЛУПРОВОДНИК

Обычно в полупроводниковых приборах применяются легированные (примесные) полупроводники с донорной (n-тип), или акцепторной (p-тип) примесью. Рассмотрим примесный полупроводник n-типа (для проводника p-типа все рассуждения аналогичны)

Концентрация легирующей примеси как правило не превышает 10^{17} $1/\text{см}^3$, то есть примерно на сто тысяч атомов полупроводника приходится один примесный атом. Другими словами, примесь в матрице полупроводника сильно разбавлена, что исключает взаимодействие примесных атомов. В качестве примесных атомов донорного типа используются атомы большей валентности. Например, в кремнии или германии — это фосфор, мышьяк, сурьма. При замещении атома кремния атомом с пятью валентными электронами, четыре из них образуют ковалентные связи с соседними атомами кремния (тетраэдр), а один электрон остается без связи, т.к. ковалентные связи в кремнии насыщены. Этот электрон активируется тепловым движением и участвует в электропроводности и теплопроводности. С точки зрения зонной теории, примесному атому приписывается локальный энергетический уровень в запрещенной зоне, расположенный вблизи зоны проводимости (рис. 2.3) энергия активации этого уровня порядка kT ($T \approx 300\text{K}$ $E_d = 0,026\text{эВ} = 26 \text{ мэВ}$).

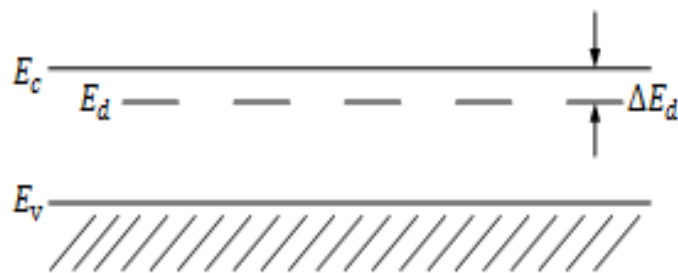


Рис. 2.3. Зонная схема примесного полупроводника n-типа

Для легированного полупроводника n-типа уравнение электронейтральности имеет вид

$$n = p + N_d^+,$$

где N_d^+ – концентрация ионизованных (однократно) доноров.

При условии высоких температур и $\Delta E_d \ll E_g$ уравнение можно упростить:

$$n = N_d^+.$$

Решая это уравнение, как и в случае собственного полупроводника можно найти положение уровня химпотенциала. Для этого надо знать функцию распределения ионизованных доноров. Подробности этих расчетов можно найти в литературе, например [1-3]. Однако, в данном

случае целесообразнее ограничиться качественными соображениями. Действительно, если пренебречь вкладом собственной проводимости, то можно утверждать, что уровень химпотенциала электронов проводимости будет находиться между уровнями E_d и E_c . При малой степени ионизации он будет ближе к E_d , при большой – к E_c . При полной ионизации примеси (режим истощения примеси) он будет в зоне проводимости, вблизи её дна.

Влияние собственной проводимости (достаточно высокие температуры) вызовет понижение уровня химпотенциала в запрещенную зону. При доминирующей собственной проводимости он приближается к середине запрещенной зоны (как в собственном полупроводнике).

Аналогичные рассуждения можно проделать в отношении полупроводника р-типа, учитывая расположение акцепторных уровней вблизи потолка валентной зоны (рис. 2.4). Легирующая примесь в кремнии: бор, алюминий, галлий, индий.

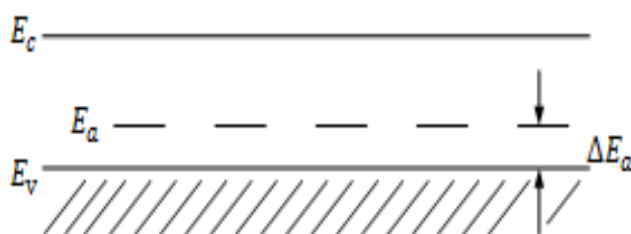


Рис. 2.4. Зонная схема примесного полупроводника р-типа

2.4. ТЕМПЕРАТУРНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ПРИМЕСНОГО ПОЛУПРОВОДНИКА

Температура – один из важнейших факторов, влияющих на работу твердотельных электронных приборов и устройств. Надежность работы любого изделия или прибора определяется условием поддержания температуры в интервале значений, определяемых техническими условиями или ГОСТ.

Рассмотрим качественно зависимость электропроводности примесного полупроводника от температуры. При этом будем выделять три режима проводимости:

- примесная проводимость (низкие температуры)
- истощение примеси (промежуточные температуры)
- собственная проводимость (высокие температуры).

Величина электропроводности (удельной) определяется произведением концентрации носителей тока на их подвижность. Температурная зависимость концентрации обсуждалась выше для вырожденного и невырожденного случая. Температурная зависимость подвижности определяется механизмом рассеяния тока, а также

химическим составом полупроводника и концентрацией легирующей примеси. В области температур близких к комнатной подвижность обычно слабо уменьшается с ростом температуры. В кремнии наиболее быстрое изменение $\sim T^{-\frac{3}{2}}$, что соответствует рассеянию на акустических фононах.

Рассмотрим невырожденный примесный полупроводник. При низких температурах концентрация носителей тока $n \approx T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{E_c - u}{kT}} \approx T^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{\Delta E_g}{kT}}$. С учетом температурной зависимости подвижности можно приближенно считать в полулогарифмических координатах зависимости $\ln \sigma$ от $\frac{1}{T}$ линейной. Эта зависимость будет наблюдаться до температуры истощения примеси T_u . Далее до температуры проявления собственной проводимости (T_c) концентрация носителей будет оставаться неизменной, а подвижность может уменьшаться. В области собственной проводимости концентрация будет возрастать $\exp\{-\frac{E_g}{kT}\}$, подвижность – уменьшаться $\sim T^{-\frac{3}{2}}$ (рис. 2.5).

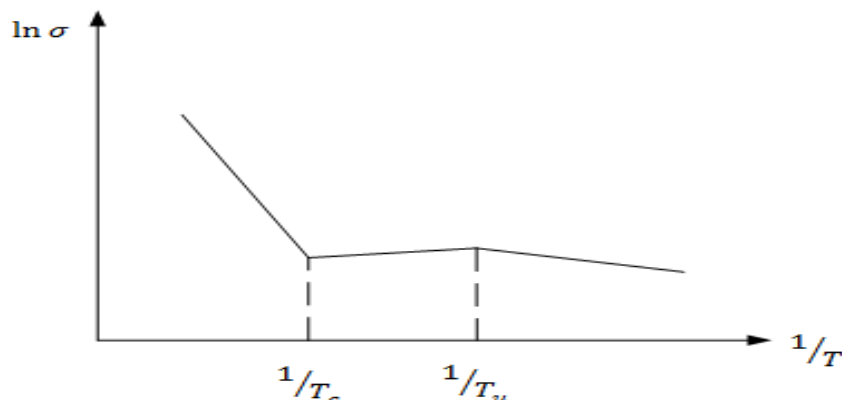


Рис. 2.5. Температурная зависимость электропроводности невыраженного примесного полупроводника

Для вырожденного полупроводника вместо активационного участка собственной проводимостью ($T < T_c$) будет слабое уменьшение проводимости с ростом температуры. Примесная проводимость также может уменьшаться с ростом температуры. В целом зависимость становится похожей на металлическую.

2.5. КОМПЕНСИРОВАННЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКИ

В реальных полупроводниковых материалах присутствуют как донорные, так и акцепторные примеси. Кроме того, присутствуют примеси, энергетические уровни которых лежат глубоко в запрещенной зоне и ионизируются с малой вероятностью (глубокие примеси). Это связано с принципиальной невозможностью полной очистки полупроводникового материала. Современная техника очистки полупроводниковых материалов позволяет снизить концентрацию примесей до 10^{-6} – 10^{-9} атомных процента. При этом начиная с некоторых степеней очистки (различных для некоторых материалов) стоимость очистки резко возрастает. Кроме того, следует иметь в виду, что на пути превращения полупроводникового материала в интегральную схему он претерпевает десятки технологических и химических сред. Другими словами, чистота полупроводника в изделии определяется не только чистотой исходного материала и в большей степени зависит от качества и стабильности технологического процесса.

Примеси, остающиеся в полупроводнике после очистки и выращивания кристалла, а также возникающие в технологическом процессе, называются неконтролируемыми. Легирующая примесь называется основной (например донорная), тогда акцепторная примесь будет называться компенсирующей. Присутствие даже малой концентрации компенсирующей примеси может существенно повлиять на электронные свойства материала. С другой стороны, при полной компенсации можно получить электронные свойства близкие к собственному полупроводнику. Компенсирующие уровни могут создаваться не только химической примесью, но и дефектами кристаллической структуры. Особенно много дефектов возникает на поверхности микро – и наноструктур, где вклад поверхностных свойств существенен по сравнению с объемным.

Применение метода уравнения электронейтральности для расчета характеристики компенсированных полупроводников, требует точного знания химического состава электроактивной неконтролируемой примеси и величины энергии активации этих примесей. В таблице приведены энергии активации ряда примесных элементов в кремнии при условии, что примесь сильно разбавлена в матрице кристалла и однозарядная.

Решение уравнения электронейтральности для компенсированного полупроводника позволяет определить концентрацию компенсирующей примеси, а по температурным зависимостям электропроводимости-энергию её активации.

Таблица 2

Значения энергий активации примесных химических элементов
в кремнии в мэВ

Донорные примеси		Акцепторные примеси	
Химический элемент	Энергия активации	Химический элемент	Энергия активации
Литий (Li)	33	Бор (B)	24
Сурьма (Sb)	39	Алюминий (Al)	57
Фосфор (P)	44	Галлий (Ga)	65
Мышьяк (As)	49	Индий (In)	160
Висмут (Bi)	69	Медь (Cu)	240
Сера (S)	118	Кислород (O)	30
Железо (Fe)	400	Цинк (Zn)	310

III. НЕРАВНОВЕСНЫЕ НОСИТЕЛИ ТОКА В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

До сих пор мы рассматривали электронную подсистему (электроны и электронные дырки проводимости) в металлах и полупроводниках, находящихся в состоянии термодинамического равновесия с окружающей средой. Концентрации электронов (дырок) проводимости в этом случае называются равновесными, будем обозначать их n_0 и p_0 . При установившейся температуре эти концентрации равновесно стационарны благодаря динамическому равновесию между процессом тепловой генерации и рекомбинации носителей. Величина концентрации рассчитывается по формулам (см. II).

В полупроводниках, в отличие от металлов, концентрация носителей тока μ может существенно изменяться относительно равновесной по действием внешних факторов (освещение, электрические поля, инжекция и др.) При этом концентрации носителей будут:

$$\begin{aligned} n &= n_0 + \Delta n \\ p &= p_0 + \Delta p, \end{aligned} \tag{3.1}$$

где (Δn) и (Δp) – концентрации неравновесных электронов и дырок. Если неравновесные добавки не изменяют невырожденного состояния носителей, то концентрации n и p можно определять по формулам аналогичным (2.1) и (2.3) при условии, что равновесный хим. потенциал μ будет замещен на неравновесные значения для электронов (μ_n) и дырок (μ_p).

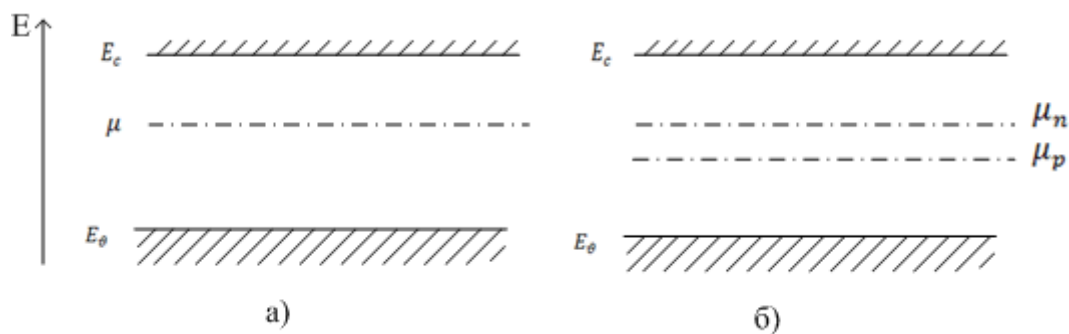


Рис. 3.1. Уровень химического потенциала в полупроводнике, содержащем только равновесные носители (а) и в полупроводнике, содержащем неравновесные электроны и дырки (б)

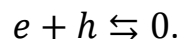
В неравновесных условиях μ_n и μ_p не совпадают между собой, а также с равновесным уравнением μ . Кроме того, в неравновесных условиях выполняется закон действующих масс $np \neq n_i^2$. Это легко

проверить, подставим вместо n и p соответствующие неравновесные выражения:

$$n = N_c e^{\frac{-E_c - \mu_n}{kT}}, p = N_v e^{\frac{-\mu_p - E_v}{kT}}.$$

3.1. ВРЕМЯ ЖИЗНИ НЕРАВНОВЕСНЫХ НОСИТЕЛЕЙ

Процессы генерации и рекомбинации электронно-дырочных пар можно представить в виде квазихимической обратимой реакции:



Процесс генерации носителей характеризуется скоростью генерации, выражающей число носителей (или пар носителей) возбуждаемых за одну секунду в единичном объеме полупроводника. Аналогично, скорость рекомбинации выражает число носителей (число пар носителей), рекомбинирующих за одну секунду в единичном объеме полупроводника. Каждый носитель (пара носителей) проводит какое-то время («живет») в соответствующем состоянии (энергетической зоне). Ансамбль носителей характеризуется средним временем жизни соответственно τ_n и τ_p . Для средней скорости рекомбинации электронов и дырок можно записать:

$$\begin{aligned} R_n &= \frac{n}{\tau_n} \\ R_p &= \frac{p}{\tau_p}, \end{aligned} \tag{3.2}$$

Очевидно, что время жизни носителей также зависит от их концентрации, чем больше концентрация, тем более вероятным будет процесс рекомбинации.

3.2. МЕХАНИЗМЫ РЕКОМБИНАЦИИ

Наиболее простой механизм рекомбинации – переход электрона из зоны проводимости в валентную зону. Такой механизм называется межзонной рекомбинацией. Носители генерируются и рекомбинируют парами. В условиях термодинамического равновесия скорости генерации (g_0) и рекомбинации (R_0) равны. Кроме того, скорость рекомбинации пропорциональна произведению концентрации равновесных электронов и дырок (произведение вероятностей двух случайных событий):

$$R_0 = \gamma n_0 p_p = g_0, \quad (3.3)$$

где γ – называется коэффициентом рекомбинации. Учитывая закон действующих масс:

$$n p = n_i^2,$$

где n_i собственная концентрация, для коэффициента рекомбинации получаем:

$$\gamma = \frac{g_0}{n_i^2}. \quad (3.4)$$

Если действует внешний фактор генерации (например засветка полупроводника), то стационарная концентрация $n = p$ установится при условии

$$R = \gamma n p = g. \quad (3.5)$$

Используя (3.4) и полагая $\Delta n = \Delta p \ll n(p)$, для скорости рекомбинации находим:

$$R = \frac{g_0}{n_i^2} (n_0 + p_0) \Delta n. \quad (3.6)$$

Такую рекомбинацию называют линейной.

Оценим время жизни неравновесных носителей при линейной рекомбинации.

$$\tau = \frac{\Delta n}{R} = \frac{n_i^2}{g_0(n_0 + p_0)}. \quad (3.7)$$

Видно, что это время не зависит от интенсивности внешнего источника (при сохранении сделанных выше предположениях). В собственном полупроводнике время жизни имеет максимальные значения:

$$\tau_i = \frac{n_i}{2g_0}. \quad (3.8)$$

При высокой интенсивности внешнего фактора:

$$\Delta n = \Delta p \gg n_0(p_0).$$

Тогда из (3.6) получаем:

$$R = \frac{g_0}{n_i^2} (\Delta n)^2. \quad (3.9)$$

Такую рекомбинацию называют квадратичной. Время жизни носителей в этом случае:

$$\tau = \frac{\Delta n}{R} = \frac{n_i^2}{g_c} \cdot \frac{1}{\Delta n'}$$

обратно пропорционально избыточной концентрации носителей. В соответствии с законом сохранения энергии при межзонной рекомбинации выделяется энергия примерно равная ширине запрещенной зоны полупроводника. Она может принять форму кванта света, в этом случае рекомбинацию называют излучательной или колебательного кванта (фонона) – безизлучательная рекомбинация.

Рекомбинация через примесный центр. Этот механизм заключается в том, что электрон из зоны проводимости сначала захватывается примесным уровнем в запрещенной зоне, а затем переходит на свободный уровень в валентной зоне, как указывалось выше, в реальных полупроводниках примесные центры всегда присутствуют. В зависимости от глубины расположения локального (примесного) уровня в запрещенной зоне выделяют два типа центров захвата: 1) уровни прилипания и 2) ловушки. Уровни прилипания захватывают носитель на короткое время, после чего он выбрасывается обратно в соответствующую зону. Ловушки могут захватывать носитель с последующей его рекомбинацией. Ловушки могут иметь различную химическую и физическую природу (химическая примесь, дефекты структуры). Энергия уровней и зарядовые состояния также могут отличаться. Для простой модели однозарядных локальных центров рекомбинации ($N_t \ll \Delta n$, где N_t – концентрация центров захвата) известна теория Шокли–Рида–Холла, которая дает для времени жизни электронно-дырочных пар:

$$\tau = \tau_{p_0} \frac{n_0 + n_1}{n_0 + p_0} + \tau_{n_0} \frac{p_0 + p_1}{n_0 + p_0},$$

где n_0, p_0 – равновесные концентрации, n_1, p_1 – концентрации при условии, что уровень ловушки совпадает с уровнем химического потенциала ($\mu = E_t$).

Из приведенной формулы полезно рассмотреть 2 случая:

1) сильное легирование, например донорное, тогда $E_t < \mu < E_c$ и можно принять:

$$n_0 \gg p_0, n_0 \gg n_1 \text{ и } n_0 \gg p_1.$$

С учетом сильных неравенств получаем: $\tau = \tau_{p_0}$, то есть время жизни пар определяется временем жизни неосновных носителей.

2) слабое легирование, например донорное:

$$E_i < \mu < E_t; n_0 \gg p_0; n_0 \gg p_1 \text{ и } n_0 < n_1.$$

$$\text{Тогда } \tau \approx \frac{\tau_{p0} n_1}{n_0}.$$

Вычисляя n_0 и n_1 на основе статистики Ферми–Дирака для невырожденного случая можно найти:

$$\tau = \tau_{p0} e^{\frac{E_t - \mu}{kT}} \uparrow.$$

То есть время жизни экспоненциально возрастает при уменьшении μ .
Поверхностная рекомбинация.

Важной особенностью полупроводников (в сравнении с металлами) является то, что их электронные свойства существенно зависят от состояния поверхности. Поверхность – это дефект кристалла. В результате обрыва связей вблизи поверхности создаются поверхностные состояния (уровни Тамма), уровни Шокли, обусловленные оборванными ковалентными связями. Кроме того, на поверхности адсорбируются чужеродные атомы, которые также способны создавать примесные уровни в поверхностном слое полупроводника. В результате взаимодействия поверхностных уровней с электронно-дырочной подсистемой полупроводника поверхность полупроводника приобретает положительный или отрицательный заряд, что приводит к известному эффекту искривления энергетических зон и образованию разности потенциалов между поверхностью и объемом полупроводника.

Влияние поверхностных состояний на кинетику рекомбинации характеризуется скоростью поверхностной рекомбинации и соответствующим временем жизни носителей в поверхностном слое τ_s . Используется также эффективное время жизни:

$$\tau_{эфф} = \frac{\tau \tau_s}{\tau_s + \tau},$$

где τ – время жизни носителей (пар) в объеме полупроводника.

Не вдаваясь в теорию поверхностной рекомбинации (её можно найти в специальной литературе) отметим её значение для работы приборов, прежде всего фотоэлектрических (фоторезисторы, фотоэлементы и др.). Эффективность прямого преобразования оптического сигнала (энергии) в электрический во многом определяется именно поверхностью и скоростью поверхностной рекомбинации. Если $\tau_s \ll \tau$, то $\tau_{эфф} = \tau_s$. Миниатюризация в твердотельной электронике, переход и матричным фотоприемником повышает вклад поверхностной рекомбинации (по сравнению с объемной) и ставит задачу уменьшения её скорости. Для этого поверхность защищается от воздействия окружающей атмосферы, совершенствуются технологии обработки кристаллов и совершенствуется их структура.

IV. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ТОКИ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

4.1. ДИФФУЗИОННЫЙ И ДРЕЙФОВЫЙ ТОКИ

В отличие от электропроводности металлов, рассмотренной выше (см. 3.2), электропроводность полупроводников чаще всего имеет биполярный (электронно-дырочный, электронно-ионный и т.п.) характер. Кроме того, причиной электропроводности может быть не только электрическое поле, но градиент концентрации электронов и электронных дырок (химическое поле), а также другие поля: температурное, упругое, создаваемое упругими напряжениями в кристалле. Перечисленные поля, конечно, могут присутствовать и в металлах, но их проявление там по сравнению с электрическим полем пренебрежимо мало ввиду больших значений концентрации электронов проводимости, которая практически не меняется. В полупроводниках концентрации электронов и электронных дырок (далее просто дырок) на несколько порядков меньше, чем в металлах и она может существенно зависеть от координаты. Из сказанного видно, что явление электропереноса в полупроводниках (и диэлектриках, т.к. они принципиально не отличаются от полупроводников) весьма сложное для описания, даже в рамках простейшей модели Друде-Лоренца. Как показывает опыт решения прикладных задач твердотельной электроники, часто достаточно ограничиться электрическим и химическим полями и пренебречь ионным переносом. Термоэлектрический и пьезоэлектрический эффекты в полупроводниках изучаются применительно к специальным условиям и полупроводниковым материалам.

Химическое поле создает диффузионный поток электронов (дырок), плотность которого определяется известным законом Фика

$$\vec{J}_e = -D_e \vec{\nabla} n; \vec{J}_p = -D_p \vec{\nabla} p,$$

где D_e и D_p – коэффициенты диффузии электронов и дырок. Плотность диффузионных токов соответственно:

$$\vec{J}_{e_{\text{диф}}} = e \vec{J}_e; \vec{J}_{p_{\text{диф}}} = e \vec{J}_p,$$

где e -величина заряда электрона (дырки).

Полная плотность тока складывается из дрейфовой (см. 1.2) и диффузионных составляющих:

$$\vec{j}_e = \vec{J}_{e_{\text{др}}} + \vec{J}_{e_{\text{диф}}}; \quad \vec{j}_p = \vec{J}_{p_{\text{др}}} + \vec{J}_{p_{\text{диф}}}.$$

Применяя дифференциальный закон Ома для дрейфовой составляющей, получаем:

$$\vec{j}'_e = e u_e n \vec{E} + e D_e \vec{\nabla} n, \quad \vec{j}'_p = e u_p p \vec{E} + e D_p \vec{\nabla} p, \quad (4.1)$$

где u_e и u_p – соответственно величины подвижностей электронов и дырок. Твердотельные электронные приборы (диоды, транзисторы, соединения, контакты и т.п.) имеют планарную структуру, поэтому уравнения (4.1) применяются в одномерном виде:

$$j'_e = -e u_e n \frac{d\varphi}{dx} + e D_e \frac{dn}{dx}, \quad j'_p = -e u_p p \frac{d\varphi}{dx} - e D_p \frac{dp}{dx}, \quad (4.2)$$

где φ – внешний электрический потенциал, создающий ток, $\vec{E} = -\vec{\nabla}\varphi$.

Уравнения (4.1) и (4.2) описывают токи в неоднородном полупроводнике с концентрациями электронов и дырок, изменяющимися с координатой. Плотность полного тока в любой точке полупроводника \vec{j} равна сумме электронной и дырочной составляющих:

$$\vec{j} = \vec{j}_e + \vec{j}_p.$$

4.2. СООТНОШЕНИЕ ЭЙНШТЕЙНА

В условиях равновесия полупроводника результирующий ток в (4.2) равен нулю. Предположим, что мы имеем электронный невырожденный полупроводник. Тогда из (4.2) в равновесном случае получим:

$$e D_e \frac{dn}{dx} = e u_e n \frac{d\varphi}{dx}. \quad (4.3)$$

При наличии электрического потенциала φ концентрация электронов в зоне проводимости:

$$n = N_c e^{\frac{-E_c + e\varphi - \mu}{kT}} = n_0 e^{\frac{e\varphi}{kT}}, \quad (4.4)$$

где n_0 – концентрация электронов в отсутствие разности потенциалов в образце. Дифференцирую последнее выражение по x и подставляя в (4.3) получаем:

$$D_e = u_e \frac{kT}{e}. \quad (4.5)$$

Это соотношение между коэффициентов диффузии электронов проводимости и их подвижностью носит название соотношения Эйнштейна.

Для вырожденного электронного полупроводника также можно получить соотношение аналогичное (4.5), но в нем будут присутствовать интегралы Ферми.

4.3. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ P-N ПЕРЕХОДА

Контакт двух легированных полупроводников n- и p-типа называют p-n переходом. Если контактирующие полупроводники имеют одинаковую основу (материал) то переход называют гомогенным. Если материалы разные-гетерогенным или гетеропереходом.

Рассмотрим электронные процессы, происходящие в равновесном гомогенном переходе, то есть в отсутствии внешних токов и напряжений.

В соответствии с общим принципом установления равновесия в системе, можно утверждать, что в переходе в момент образования контакта возникнут диффузионные токи электронов (из n-типа в p-тип) и дырок (из p-типа в n-тип). При этом контактная область будет заряжаться: со стороны n-типа-положительно, со стороны p-типа-отрицательно. Образующееся электрическое поле будет создаваться ионизированными донорными и акцепторными примесями. Подвижные носители – электроны и дырки из области контакта уйдут под действием образовавшегося электрического поля, его называют внутренним полем (\vec{E}_0). Процесс накопления зарядов на контакте достигнет динамического равновесия, при котором диффузионный ток будет скомпенсирован соответствующим дрейфовым током (для электронов и для дырок). В результате в области контакта образуются высокоомный слой полупроводника шириной $d = d_n + d_p$, который собственно и называется равновесным p-n переходом и в котором создано внутреннее электрическое поле \vec{E}_0 . Величина электросопротивления перехода определяется шириной запрещенной зоны материала полупроводника и ограничивается током неоновых носителей: электронов в p – области и дырок в n – области (см. рис. 3.2).

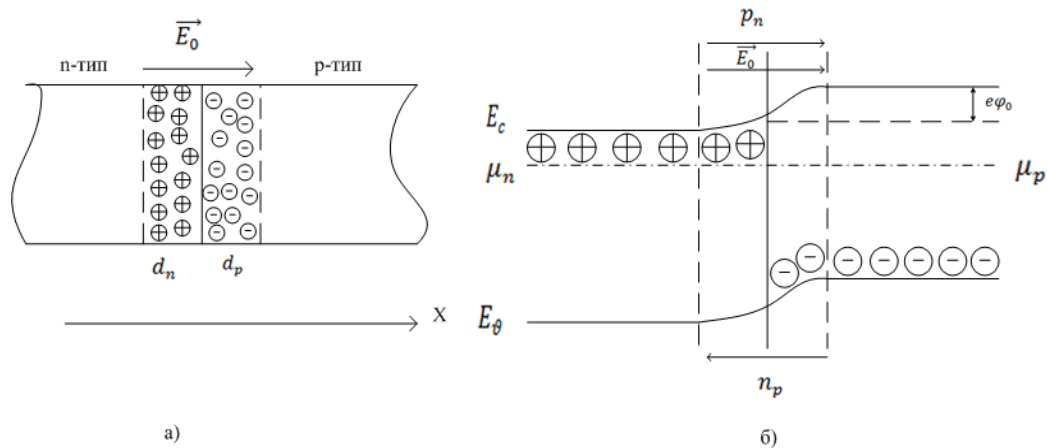


Рис. 4.1. а) равновесный р–п переход; б) искривление энергетических зон в равновесном р–п переходе

Ширина перехода $d_n + d_p$ определяется концентрацией легирующих примесей донорного (N_d) и акцепторного (N_a) типа. Полагаем, что примеси распределены равномерно (однородно) по объему, в этом случае можно считать переход резко ограниченным. Химический потенциал в равновесном переходе для электронов и дырок устанавливается на одном уровне, а уровни дна зоны проводимости и потолка валентной зоны смещаются на величину электростатической энергии электрона в поле пространственного заряда ионизированных примесей N_d^+ , N_a^- (рис. 4.1б). Следует понимать, что пространственные заряды закреплены в кристаллической структуре полупроводника силами межатомной связи и являются неподвижными. На практике при нормальных температурах, легирующие примеси в кремнии (бор, сурьма) можно считать полностью ионизированными. Таким образом:

$$n_n \approx N_d \approx N_d^+ \text{ и } p_p \approx N_a \approx N_a^-.$$

Распределение электрического потенциала и напряженности электрического поля в р-п переходе можно найти из одномерного уравнения Пуассона:

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{q(x)}{\varepsilon_0\varepsilon_r}, \quad (4.6)$$

где $g(x)$ – объемная плотность заряда.

Напряженность внутреннего поля $|\vec{E}_0| = \frac{-d\varphi}{dx} = -\frac{du}{dx}$.

Качественные кривые распределения заряда, электрического поля и потенциала представлены на рис. 4.2.

Для равновесного р-п перехода можно применить условие электронейтральности. В случае резкого перехода имеем:

$$d_n N_d - d_p N_p = 0. \quad (4.7)$$

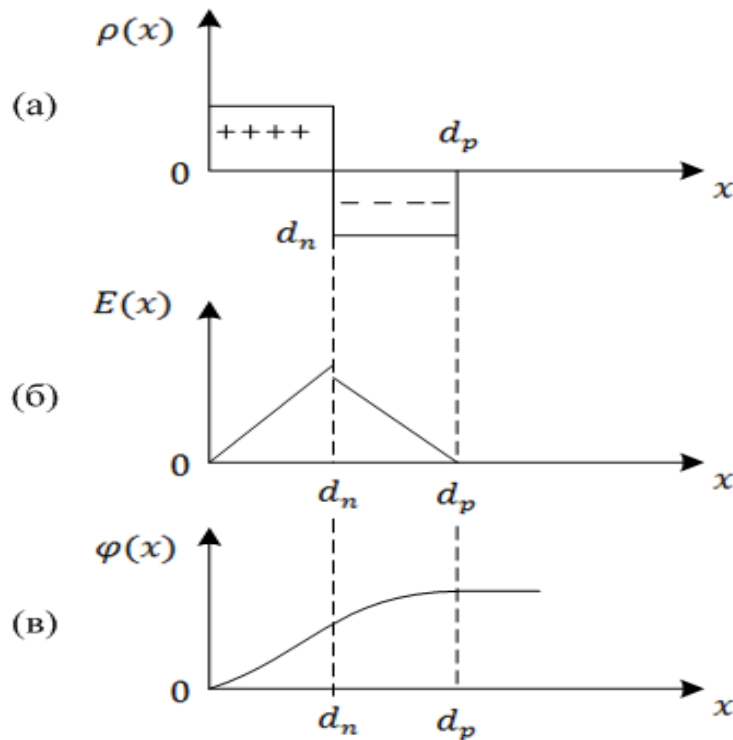


Рис. 4.2. Распределение плотности заряда (а), напряженности электрического тока (б) и потенциала (в) в резком р-п переходе

Из (4.7) следует, что при несимметричном легировании п- и р-областей р-п переход смещается в область меньшей концентрации примеси. В полупроводниковых диодах и биполярных транзисторах эта область называется базой.

Рассмотри поведение р-п перехода под действием внешнего постоянного напряжения V_0 . Возможны два варианта включения: прямое – «+» внешнего напряжения подключается к р-области (контакт считаем омический), а «-» к п – области и обратное – «+» к п – области, «-» к р-области. В первое случае внешнее поле будет направлено противоположно внутреннему полю перехода, что приведет к уменьшению высоты потенциального барьера и уменьшению ширины перехода. Заметим, что внешнее напряжение V_0 практически полностью будет падать на р-п переходе как самой высокоомной части цепи. Обратное включение, наоборот приведет к увеличению ширины р-п перехода. Барьерная емкость перехода при этом будет зависеть от

величины и направления включения источника внешнего напряжения. Этот эффект лежит в основе работы электрически подстраиваемых полупроводниковых конденсаторов – варикапов, широко применяемых в полупроводниковых электронных изделиях.

4.4. ЭЛЕКТРОННЫЕ КОНТАКТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Контакты металл–металл, металл–полупроводник, металл–диэлектрик, полупроводник–полупроводник и т.п. широко используется в твердотельной электронике и во многом определяют функциональные характеристики и в целом качество изделий. Электронные процессы, происходящие на контактах обусловлены различием энергий электронов проводимости в контактирующих материалах. Напомним (см. 1.6), что в металлах эта энергия определяется уровнем Ферми (E_F), в полупроводниках и диэлектриках – уровнем химического потенциала (μ_e). С учетом теплового движения и степени вырождения, электронный газ подчиняется соответствующей статистике, которая определяет интервал энергий. Часто энергию свободного электрона (в вакууме) принимают за ноль. Тогда энергия электрона в кристалле будет всегда отрицательной, так как кристаллизация происходит с участием электронов проводимости и всегда сопровождается понижением энергии системы.

Поэтому электрон в кристалле часто рассматривают как электрон в потенциальной яме. Для одномерной цепочки поверхностных атомов (ионов) металла кривые потенциальной энергии приведены на рис. 4.3.

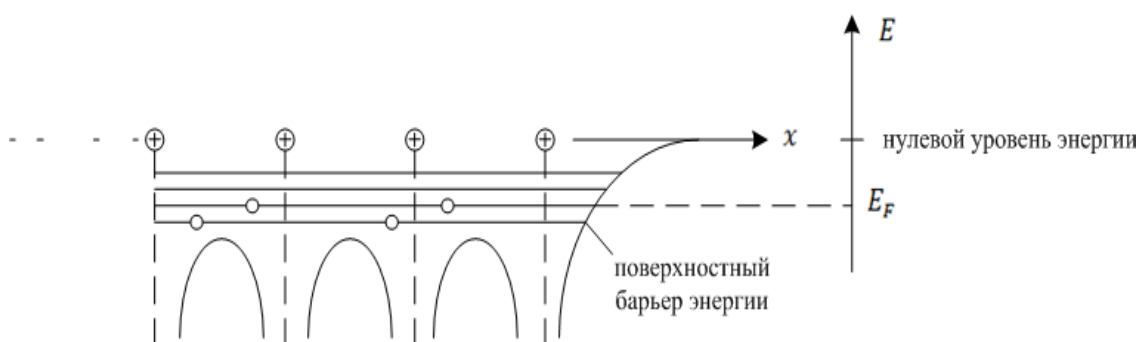


Рис. 4.3. Энергии электронов в одноатомной цепочке

Для выхода (эмиссии) электрона из кристалла необходимо затратить работу, называемую работой выхода (χ) или электронным сродством. Последний термин чаще всего используется в физической химии. В

металлах работа выхода как правило, отсчитывается от уровня Ферми. В невырожденных полупроводниках – от дна зоны проводимости (E_c), в вырожденных от уровня химического потенциала (μ_e). Энергия необходимая для совершения работу выхода имеет различную природу. Тепловая (нагрев эмиттера) – соответствует явлению термоэлектронной эмиссии. Именно это явление чаще всего используется в электронных лампах, и других приборах эмиссионной электроники для создания управляемого анодного тока. Плотность тока насыщения термоэлектронной эмиссии описывается законом Ричардсона–Дэшмена:

$$j = A T^2 \exp\left\{-\frac{\chi}{kT}\right\},$$

где A – постоянная Ричардсона, зависящая от химического состава эмиттера (катода) и от состояния его поверхности. Достаточно большое внешнее, ускоряющее электроны напряжение, может понизить потенциальный барьер на поверхности эмиттера, а также уменьшить его ширину. При этом возможно туннелирование электронов из эмиттера. Это явление называют полевой или автоэлектронной эмиссией. Плотность тока полевой эмиссии определяется законом Фаулера–Нордхейма:

$$j = c_1 E^2 \exp\left\{-\frac{c_2}{E}\right\},$$

где E – напряженность внешнего поля, c_1, c_2 – константы, зависящие от формы и величины потенциального барьера.

При бомбардировке эмиттера частицами достаточно большой энергии (ионы, электроны), возможно явление вторичной эмиссии электронов эмиттера.

4.4.1. Контакт двух металлов

Контакты двух металлов различной химической природы встречаются в электронных устройствах очень часто. Так как каждый металл характеризуется своей работой выхода и своим уровнем Ферми, на контакте возникают потоки электронов, стремящиеся выровнять уровни химического потенциала электронов в контактирующих металлах. При этом каждый из металлов на контакте заряжается. Динамическое равновесие электронных потоков устанавливается практически мгновенно ввиду высокой подвижности электронов. В результате на контакте поддерживается стационарная разность потенциалов, называемая контактной:

$$\Delta\varphi_k = \frac{\chi_2 - \chi_1}{e},$$

где χ_1, χ_2 – работы выхода контактирующих металлов.

Много ли электронов должно перейти от металла 2 к металлу 1 для достижения равновесия? Простые оценки по модели контакта в виде плоского конденсатора показывают, что для этого требуется всего лишь 4% электронов поверхностного слоя металла. Контакт двух металлов образует узкий туннельно-прозрачный барьер (порядка межатомного расстояния) как правило близкий к омическому.

4.4.2. Контакт металл-полупроводник

Присутствие полупроводника может существенно повлиять на электронные свойства из-за большой разницы в концентрациях электронов проводимости. В зависимости от величины работы выхода, электроны могут «перетекать» как из металла в полупроводник, так и в обратном направлении. В последнем случае в полупроводники могут образовываться достаточно протяженные обедненные электронами области. Их часто называют переходом (барьером) Шоттки. Такие контакты называют блокирующими, они обладают выпрямляющими свойствами и применяются для создания диодов Шоттки. Энергетическая схема контакта металл-полупроводник n-типа приведена на рис. 4.4.

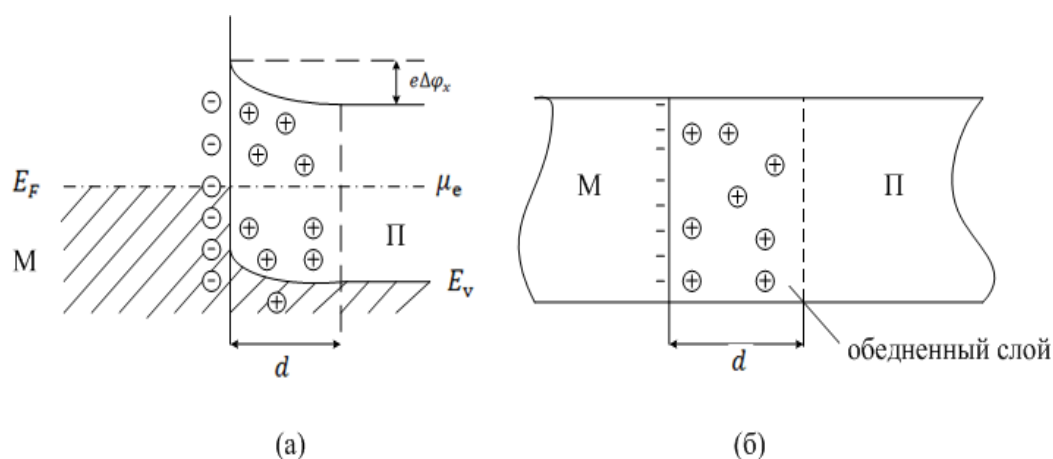


Рис. 4.4. Схема энергетических уровней (а), схема контакта (б) металл-полупроводник n-типа

Ширина обедненного слоя полупроводника d может достигать $\leq 10^3$ нм, поэтому обедненный слой представляет собой значительное сопротивление током неосновных носителей полупроводника. Такой

контакт обладает выпрямительными свойствами и применяется в диодах Шоттки.

Если уровень Ферми металла лежит выше уровня химического потенциала полупроводника, то электроны будут диффундировать в полупроводник, образуя на контакте обогащенный слой. Такой контакт не обладает выпрямительными свойствами и называется омическим. Положительный заряд поверхности металла понижает энергию электронов на контакте, поэтому энергетические уровни E_c и E_v изгибаются вниз.

Обедненные и обогащенные слои могут возникать так же на контакте металл-полупроводник р-типа.

4.5. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ БИПОЛЯРНОГО ТРАНЗИСТОРА

Биполярный транзистор (БТ) – полупроводниковый прибор с двумя близко расположенными р-п переходами и тремя выводами, способный работать в нескольких режимах и схемах включения, в том числе в режиме линейного усиления входного сигнала.

По структуре БТ может быть n-p-n или p-n-p типа. Центральная область БТ наиболее низколегированная называется базой, две крайние эмиттер и коллектор.

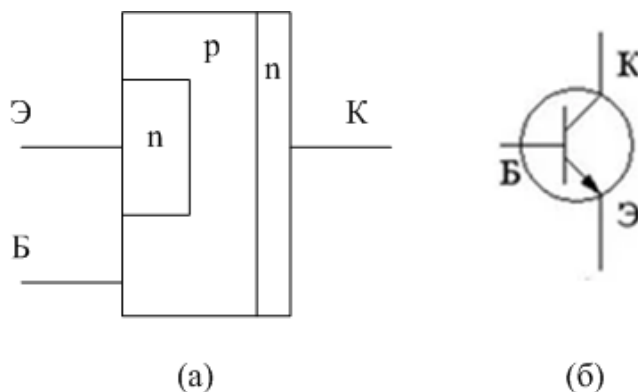


Рис. 4.5. Структура n-p-n транзистора (а) и его условные обозначения в электрических схемах

С точки зрения электрических схем БТ – четырехполюсник, при этом один из выводов является общим для входной и выходной цепи. Соответствующие схемы включения называются: с общей базой (ОБ), с общим эмиттером (ОЭ) и общим коллектором (ОК). Эти схемы обладают различными параметрами входной и выходной цепей, а также коэффициентами передачи (усиления) тока, напряжения и мощности

сигнала. Это позволяет оптимизировать схемотехнические характеристики электронных устройств на транзисторах.

В качестве примера рассмотрим работу транзисторного каскада усиления в схеме с ОБ (рис. 4.6).

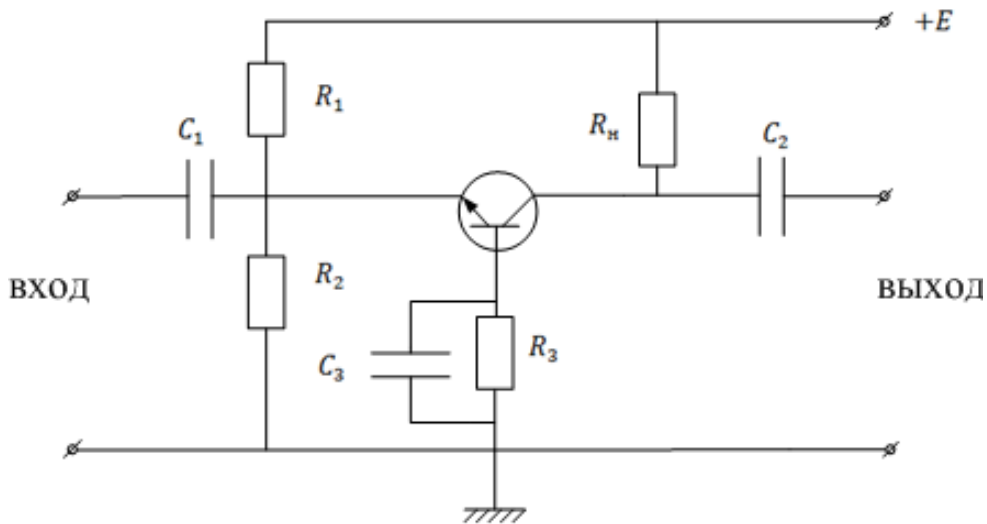


Рис. 4.6. Схема усилительного каскада с ОБ

В отсутствии входного сигнала, в режиме постоянного тока на эмиттерный переход подается небольшое прямое смещение, а на коллекторный – большое обратное. Величина смещения задается резисторами $R_1 \div R_3$. В результате коллекторный переход существенно смещается в базу, а его потенциальный барьер повышается. На эмиттерном переходе барьер, наоборот, понижается, что вызывает инжекцию электронов из эмиттера в базу. В базе электроны являются неосновными носителями, они будут создавать диффузионный ток в направлении коллекторного перехода. Заметим, что дрейфовый ток обеспечивается электрическим полем источника питания (+E), которое сосредоточено в коллекторном переходе. Под действием этого поля электроны из базы «вытягиваются» на коллектор. Этот процесс носит название экстракция. Ввиду близости эмиттерного перехода и коллекторного, ток коллектора мало отличается от тока эмиттера, лишь небольшая доля инжектированных электронов успевает рекомбинировать в базе. В итоге выполняются соотношения:

$$I_э = I_б + I_к; I_б \ll I_э. \quad (4.8)$$

Основным параметром БТ является коэффициент передачи тока, который определяется отношением изменения тока коллектора к

вызвавшему его изменению тока эмиттера при постоянном напряжении на коллекторе:

$$\alpha = \left(\frac{\Delta J_k}{\Delta J_3} \right) v_k. \quad (4.9)$$

Эмиттерный ток в базу состоит из двух составляющих: электронной и дырочной. Диффузионный ток электронной составляющей можно оценить исходя из закона Фика:

$$J_n \approx e S D_n \left| \frac{\Delta n}{L_n} \right|,$$

где S -площадь эмиттерного перехода, L_n – диффузионная длина пробега электрона в базе, Δn – разница концентраций электронов на эмиттерном переходе $n(0)$ и на расстоянии L_n от него ($\approx n_p$).

$$n(0) = n_p e^{\frac{eV_e}{kT}}.$$

В итоге для электронной составляющей получаем:

$$J_n \cong \frac{e S D_n n_p}{L_n} \left(e^{\frac{eV_e}{kT}} - 1 \right).$$

Для дырочной составляющей тока из эмиттера в базу (ток неосновных носителей) барьер на переходе отсутствует, поэтому:

$$J_p = \frac{e S D_n n_p}{L_n}.$$

Результирующий эмиттерный ток:

$$J_3 \cong e S \left(\frac{D_n n_p}{L_n} + \frac{D_p p_n}{L_p} \right) \left(e^{\frac{eV_e}{kT}} - 1 \right). \quad (4.10)$$

Зависимость $J_3(V_3)$ называют входной вольтамперной характеристикой (рис. 4.7) концентрация неосновных носителей в эмиттере определяется законом действующих масс:

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} \cong \frac{n_i^2}{N_d} e^{-\frac{E_g}{kT}}.$$

Поэтому с ростом температуры ток неосновных носителей экспоненциально растет, что ухудшает выпрямляющие свойства перехода и может привести к его тепловому пробую.

Оценим коэффициент передачи входного сигнала (переменного напряжения) схемой усилительного каскада с общей базой (рис. 4.6).

Предположим, что на входе сигнал напряжения $\Delta V_{\text{вх}}$. Изменение эмиттерного тока, вызванное этим напряжением:

$$\Delta J = \frac{\Delta V_{\text{вх}}}{R_{\text{вх}}},$$

где $R_{\text{вх}}$ – входное сопротивление каскада. В силу (4.8):

$$\Delta J_{\text{к}} = \Delta J_{\text{э}}.$$

Напряжение на коллекторе транзистора:

$$V_{\text{кб}} = E - J_{\text{к}} R_{\text{н}}. \quad (4.11)$$

Для переменной составляющей:

$$\Delta V_{\text{кб}} \cong \Delta V_{\text{вых}} = -\Delta J_{\text{к}} R_{\text{н}}.$$

Падением напряжения на разделительном конденсаторе C_2 пренебрегаем.

Для коэффициента усиления каскада по напряжению получаем:

$$V_{\text{кб}} = \frac{\Delta V_{\text{вых}}}{\Delta V_{\text{вх}}} = -\frac{R_{\text{н}}}{R_{\text{вх}}}.$$

Знак минус, в данном случае, указывает на то, что сигнал на выходе будет в противофазе к входному.

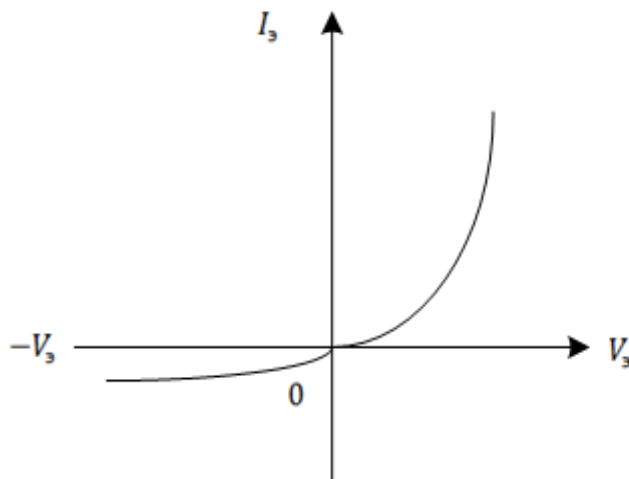


Рис. 4.7. Входная ВАХ транзистора в схеме с ОБ

Параметры режима линейного усиления определяются с помощью сегмента выходных характеристик транзистора $J_{\text{к}}(V_{\text{к}})$. Для схемы с ОБ типичный вид такого семейства представлен на рис. 4.8.

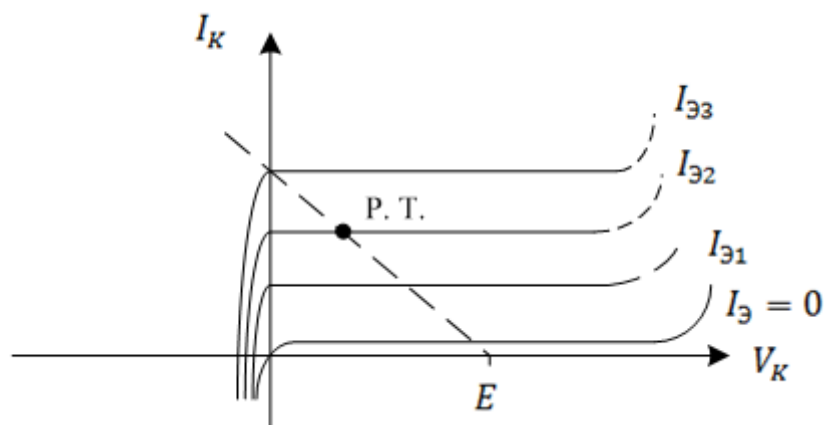


Рис. 4.8. Семейство выходных характеристик в схеме с ОБ

Знак напряжения на коллекторе и коллекторного тока принято указывать положительными несмотря на то, что коллекторный переход включается в обратном направлении. В режиме насыщения характеристики имеют небольшой положительный наклон за счет расширения коллекторного перехода с увеличением обратного напряжения V_K . В координатах выходных характеристик уравнение (4.11) имеет вид:

$$J_K = -\frac{1}{R_H} V_K + \frac{E}{R_H},$$

и называется нагрузочной прямой (рис. 4.8). Тангенс наклона этой прямой к оси V_K равен $\frac{-1}{R_H}$. Пересечение нагрузочной прямой с характеристикой с определенной величиной тока эмиттера называется рабочей точкой усилителя (Р.Т.).

Рассмотрим схему с общим эмиттером (ОЭ). Она аналогична схеме с ОБ (рис. 4.6), только эмиттер и базу надо поменять местами. Входное напряжение подается на базу, поэтому коэффициент передачи напряжения схемой изменится по сравнению со схемой с ОБ.

$$K_u = \frac{-\Delta Y_K R_H}{\Delta Y_6 R_{BX}} = \frac{-\Delta Y_3 R_H}{\Delta Y_3 - \Delta Y_K R_{BX}} = \frac{-1}{1 - \alpha} \frac{R_H}{R_{BX}} = -\beta \frac{R_H}{R_{BX}},$$

где $\beta = \frac{1}{1-\alpha}$, статический коэффициент передачи транзистора в схеме с ОЭ. В отличие от α этот коэффициент существенно больше единицы.

Типичный вид семейства выходных характеристик с ОЭ приведен на рис. 4.9.

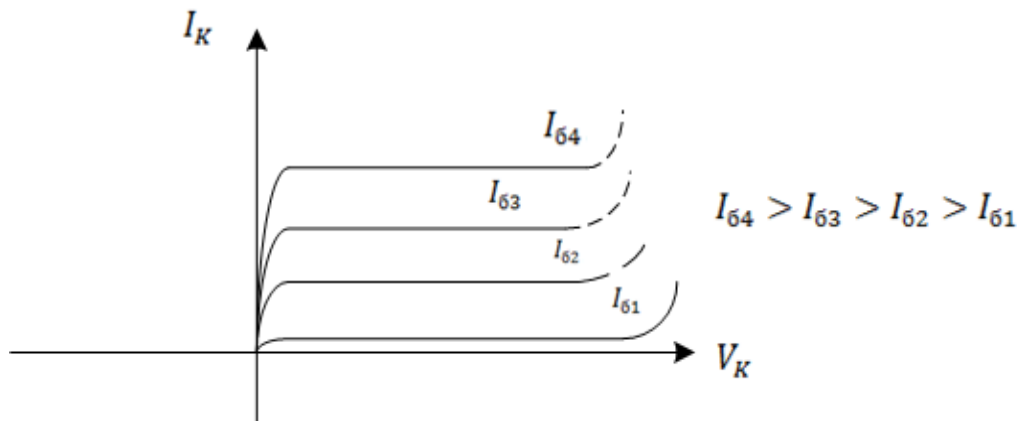


Рис. 4.9. Выходные характеристики усилительного каскада с ОЭ

Нагрузочная прямая и рабочая точка строятся аналогично схеме с ОБ.

Схема с общим коллектором (эмиттерный повторитель) отличается от рассмотренных выше тем, что нагрузка включается в эмиттерную цепь (рис. 4.10), а коллектор включен через источник питания на землю.

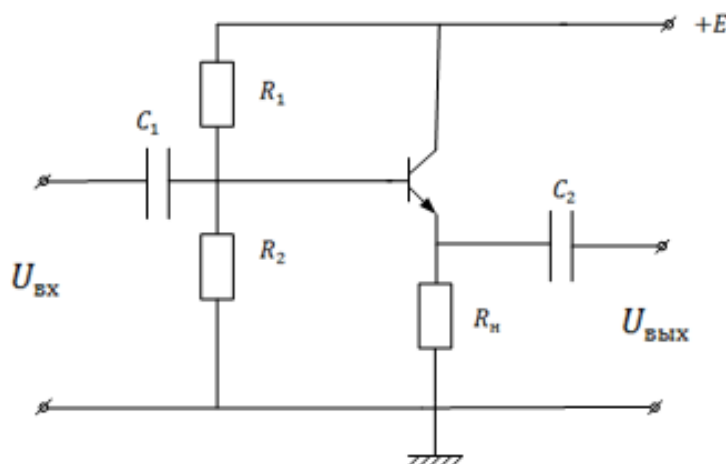


Рис. 4.10. Усилительный каскад с общим коллектором (эмиттерный повторитель)

Из схемы (см. рис. 4.10) видно, что $\Delta U_{\text{вх}} = \Delta U_{\text{эб}} + \Delta U_{\text{вых}}$, где $\Delta U_{\text{вых}} = \Delta I_{\text{э}} R_{\text{н}}$. Учитывая, что переход база-эмиттер-прямо включенный, можно считать $\Delta U_{\text{эб}} \ll \Delta I_{\text{э}} R_{\text{н}}$. Таким образом:

$$\Delta U_{эБ} = \Delta J_э R_H.$$

То есть изменение напряжения на входе повторяется на выходе. Коэффициент передачи тока:

$$K_J = \frac{\Delta J}{\Delta J_б} = \frac{\Delta J_э}{\Delta J_э - \Delta J_к} = \frac{1}{1 - \alpha} = \beta.$$

Соответственно мощность входного сигнала также усиливается в β раз. Поэтому эмиттерные повторители используются в выходных цепях. Они выполняют, также функцию согласования из-за низкого выходного сопротивления.

Описанный выше БТ осуществляет перенос зарядов от входа к выходу за счет диффузии неосновных носителей через базу. Очевидно, что время этой диффузии будет ограничивать быстродействие транзистора. Амплитудно-частотная характеристика усилителя будет иметь «завал» на верхних частотах. На нижних «завал» создается за счет ограничения емкости переходных конденсаторов ($C_1 C_2$ на рис.4.10). Для расширения полосы пропускания транзисторных усилителей необходимо ускорять процесс диффузии. Это достигается созданием в базе ускоряющего электрического поля, которое к диффузионной скорости добавляет дрейфовую. Это поле создается за счет неравномерного легирования базы примесными элементами. В базе р-типа это поле направленно от коллекторного перехода к эмиттерному. Оно ускоряет перенос электронов (неосновных носителей) от эмиттерного перехода к коллекторному. Концентрация ионизированных акцепторов вблизи эмиттерного перехода должно быть больше, чем вблизи коллекторного.

Такие транзисторы называются дрейфовыми.

4.6. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАБОТЫ ПОЛЕВОГО ТРАНЗИСТОРА

В последнее время большое распространение в интегральной микроэлектронике получили полевые транзисторы (ПТ). Их называют также униполярными. Применение ПТ в интегральных микросхемах (ИМС) позволило существенно упростить технологию, повысить надежность и увеличить степень интеграции. Особенно это касается цифровых (логических) ИМС-доминирующей продукции современной микро- и наноэлектроники.

Основой полевых транзисторов является структура металл-диэлектрик (оксид)-полупроводник: МДП (МОП) (рис. 4.11). Находят применение такие транзисторы с индуцированным каналом р-типа.

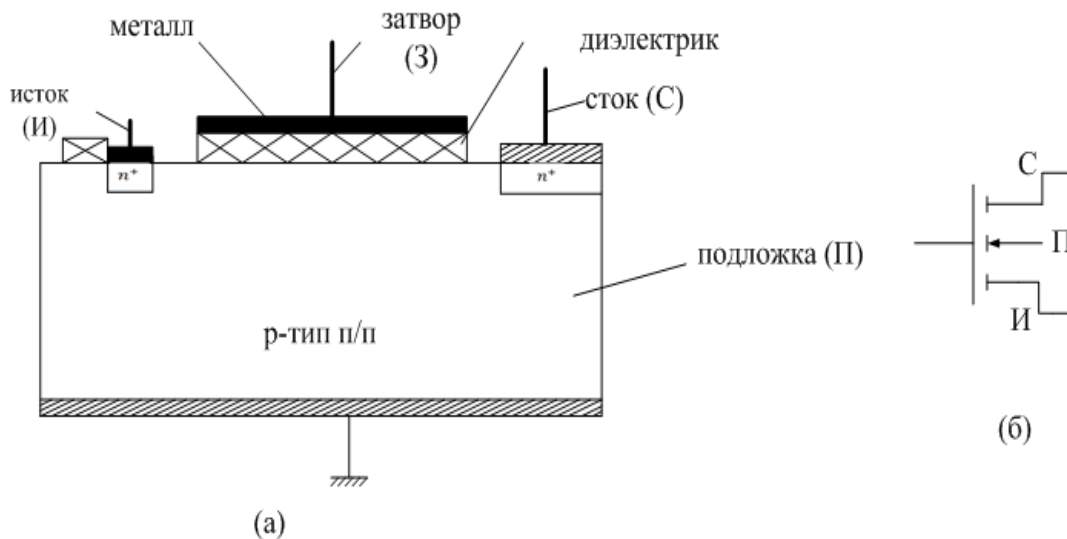


Рис. 4.11. Полевой транзистор (МДП) с индивидуальным каналом:
 а – структура, б – обозначение на принципиальных электрических схемах

Рассмотри принцип работы представленного на рис. 4.11 транзистора. В исходном состоянии, когда на затворе отсутствует положительный потенциал определенной величины, между истоком и стоком электрический ток протекать не может, т.к. сопротивления достигает тераом и более. Причиной этому два последовательно соединенных, обратно смещенных р-п перехода. Положительный потенциал на затворе (относительно истока) создает в под затворной области подложки электрическое поле, выталкивающее дырки и втягивающее электроны (неосновные носители подложки). При определенной величине этого поля (пороговом потенциале на затворе $U_{п}$) в тонком поверхностном слое под затворной области происходит инверсия проводимости, она становится n-тип.

Это является причиной образования проводящего канала между истоком и стоком. Если на них подать напряжение, в цепи появится ток. Величина сопротивления канала определяется его шириной и следовательно, величиной потенциала на затворе. Другими словами, управление величиной тока осуществляется электрическим полем. Отсюда и название транзистора. Зависимость величины тока транзистора от напряжения на затворе (рис. 4.12а) называется переходной характеристикой.

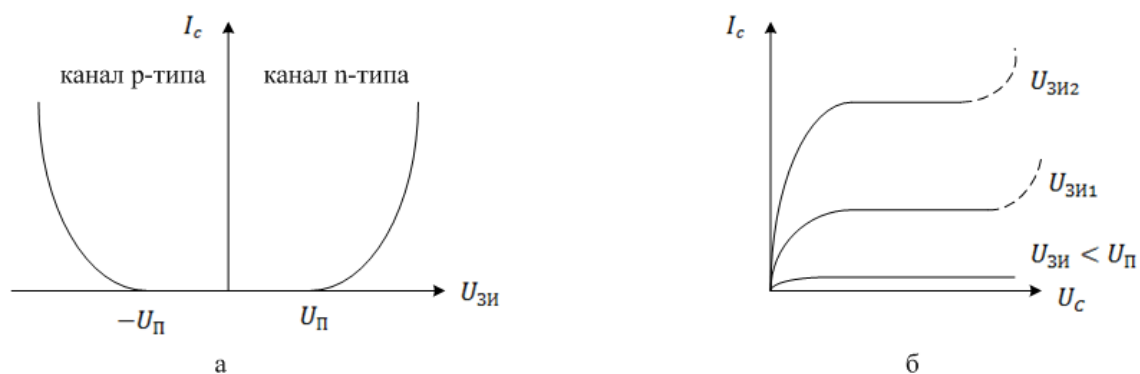


Рис. 4.12. Вид характеристик полевого транзистора: переходной (а) семейства выходных (б)

Величина тока транзистора зависит также от напряжения на стоке U_c относительно истока-выходные характеристики (рис. 4.11б). Эти зависимости имеют два характерных участка: крутой и пологий. Первый соответствует малому сопротивлению транзистора с открытым каналом. С ростом напряжения на стоковом р-п переходе последний расширяется в области канала вблизи стока и перекрывает его. Дальнейшее увеличение напряжения стока приводит к перекрытию большего участка канала, при этом величина сопротивления изменяется слабо вплоть до пробоя (пунктир на рис. 4.12б).

МДП – транзистор с индуцированным каналом представляет собой основной элемент интегральной микроэлектроники на протяжении последних четырех-пяти десятилетий. Основные его достоинства по сравнению с биполярными и полевыми другой конструкции (со встроенным каналом, с управляющим р-п переходом):

- универсальность применения в интегральных схемах (усилитель, ключ, резистор, изолятор и др.);
- технологичность формирования в рамках групповой технологии;
- малое потребление энергии источника питания (практически, только в момент переключения);
- сравнительно легко поддается масштабированию. В начале XXI века ПТ один из немногих компонентов интегральных схем с небольшими изменениями конструкции перешагнул в эпоху нанoeлектроники (топологический размер ПТ <100 нм).

В последнее время основной «темой» интегральной микро- и нанoeлектроники стали логические ИМС, микропроцессоры и микросхемы памяти. Высокое потребление в мире этих компонентов связано с всё более широким применением электронной вычислительной техники в производственных процессах: автоматизация управления, контроль качества материалов, сред, моделирование процессов и т.д.

Степень интеграции этих микросхем постоянно растет. (БИС, СБИС, УБИС, ГИС и т.д.). Возникают проблемы тепловыделения и теплоотвода

в чипе. Особенно это касается микропроцессоров и микросхем памяти, объем которой постоянно возрастает по мере усложнения решаемых задач.

4.7. МНОП И ЛИЗМОП ПОЛЕВЫЕ ТРАНЗИСТОРЫ

Потребность в микросхемах памяти высокой интеграции и повышенного быстродействия, привела к разработке новых конструктивных вариантов полевых транзисторов.

МНОП-транзистор с двухслойным под затворным диэлектриком: нитрид кремния Si_3N_4 на оксиде кремния (рис. 4.13а).

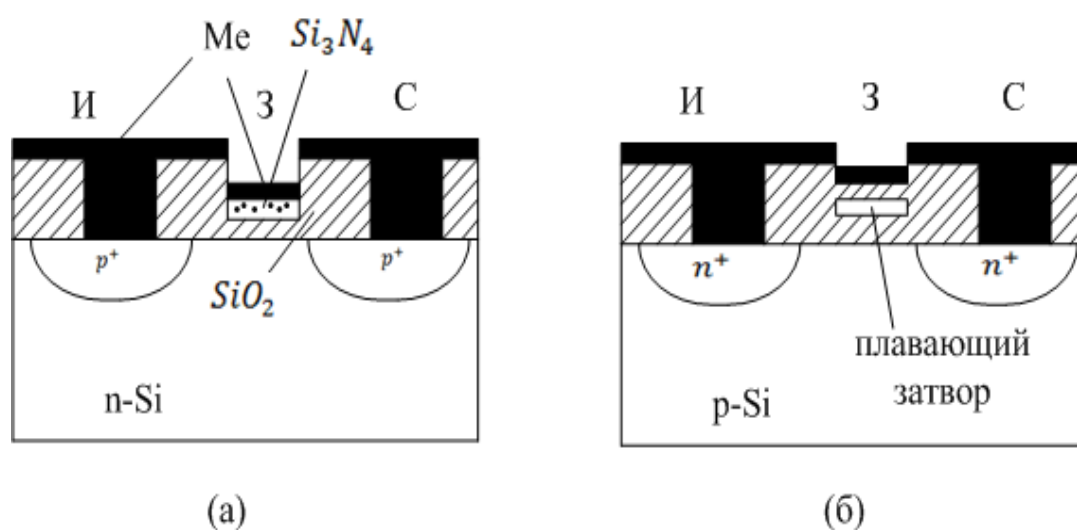


Рис. 4.13. Полевые транзисторы конструкции МНОП (а) и ЛИЗМОП (б)

Работа МНОП транзистора основана на накоплении зарядов на границе раздела двух диэлектриков. При подаче на затвор отрицательного потенциала относительно истока, на границе накапливается положительный заряд. После снятия потенциала, заряд на границе «запоминается», а транзистор находится в закрытом состоянии. Подача на затвор положительного потенциала изменяет знак заряда на границе и уменьшает пороговое напряжение транзистора. При этом входной сигнал может открывать транзистор путём индуцирования канала р-типа. Таким образом транзистор типа МНОП можно использовать в перепрограммируемых ПЗУ.

В транзисторе ЛИЗМОП используется эффект лавинной инжекции заряда на «плавающий» затвор. При подаче достаточно большого положительного напряжения на управляющий затвор, в подзатворной области возникает кратковременный лавинный пробой, при этом часть электронов накапливается на плавающем затворе. Лавинный пробой

обратим, поэтому снятие напряжения восстанавливает свойства подзатворного диэлектрика.

Однако созданный на плавающем затворе отрицательный заряд будет повышать пороговое напряжение транзистора и удерживать его в закрытом состоянии. Запись заряда может сохраняться десятки лет. Стирание информации в транзисторе может осуществляться либо электрически: путём подачи на управляющий затвор достаточно большого отрицательного напряжения, либо путём облучения ультрафиолетом. Электрическое перепрограммирование используется в схемах флэш-памяти.

V. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

Наряду с традиционной электроникой, использующей активные и пассивные компоненты: транзисторы, диоды, ИМС, конденсаторы, резисторы и т.д. (её можно назвать схмотехнической), в последнее время получила развитие твердотельная функциональная электроника. Она основывается на физических свойствах кристаллов, твердых тел и использует их для генерации, усиления и преобразования сигналов, записи, хранения и обработки информации. Например, в схмотехнической электронике любой генератор обязательно должен иметь усилитель с положительной обратной связью и резонатор (колебательный контур). Типичный функциональный генератор Ганна представляет собой кристалл многодолинного полупроводника включенный в цепь источника постоянного высокого напряжения. При этом цепи возникают СВЧ колебания при постоянном напряжении источника энергии. То же можно сказать и о генераторе на туннельном диоде.

Решающим фактором в приборах функциональной электроники (ФЭ) являются физические свойства твердого тела(кристалла) помещенного в электрическое или магнитное поле, а также влияние на эти свойства фазовых переходов, динамических и статических неоднородностей структуры, теплового расширения и т.п.

Ещё один пример. Схмотехнические линии задержки содержат набор цепей реактивных элементов (индуктивность, ёмкость). Акустоэлектронная линия задержки представляет собой пьезоэлектрическую пластинку, на которую нанесены электроды определенной конфигурации и расположения. При этом эффективность и надежность этой линии намного выше, чем схмотехнической, а габариты и масса на порядки меньше. Задержка сигнала осуществляется за счет преобразования в акустический, а время задержки увеличивается.

Свойства твердотельных материалов (природных и искусственных) по истине безграничны, поэтому у функциональной электроники больше перспективы.

Можно выделить основные направления развития функциональной электроники:

- оптоэлектроника
 - акустоэлектроника
 - магнитоэлектроника
 - диэлектрическая электроника
 - молекулярная электроника
 - туннельная электроника
 - полупроводниковая функциональная электроника
 - органическая электроника
- и др.

Перечисленные направления реализуют в приборах многие известные свойства кристаллов и твердых тел: пьезо- и сегнетоэлектричество, внутренний фотоэффект, спонтанная намагниченность и др., а также вновь открываемые свойства и эффекты.

5.1. ОПТОЭЛЕКТРОНИКА

Как известно свет представляет собой электромагнитные волн, занимающие часть шкалы электромагнитных волн. Компоненты электромагнитной волны – \vec{E} и \vec{B} воздействуют на заряженные частицы вещества передавая им часть своей энергии. Наиболее эффективным является взаимодействие вектора \vec{E} волны и свободных (квазисвободных) электронов вещества. Обычно это электроны проводимости. Больше всего их в металлах. Поверхностные электроны металла воспринимают колебания вектора \vec{E} и сами становятся излучателями электромагнитных волн. Там образуется отраженный (переизлученный) луч света. Если поверхность металла гладкая, происходит зеркальное отражение света. Подавляющая часть энергии волны отражается.

В полупроводнике концентрация электронов проводимости на 4-8 порядков меньше, поэтому часть фотонов света проникают в глубь кристалла постепенно поглощаясь. Поглощение света в веществе (при не очень больших интенсивностях – J) описывается законом Бугера-Ламберта:

$$J = J_0 e^{-\kappa x}, \quad (5.1)$$

где J_0 – интенсивность падающей световой волны (JE^2), κ – линейный коэффициент поглощения вещества, x – глубина проникновения света в вещество. Значение κ зависит также от частоты света.

В полупроводниках поглощение света связано с возбуждением валентных и примесных электронов в зону проводимости, то есть с увеличением концентрации электронов и дырок. Это явление называется внутренним фотоэффектом, оно лежит в основе работы большинства оптических приемников и преобразователей.

В диэлектриках электроны проводимости практически отсутствуют, поэтому коэффициент поглощения света резко падает, многие диэлектрики прозрачны. Ширина запрещенной зоны у них превышает энергию квантов света, поэтому внутренний фотоэффект не наблюдается. В диэлектрических ионных кристаллах поглощение света возможно оптическими колебаниями кристаллической решетки (оптические фононы). При этом коэффициент поглощения может иметь ярко выраженную частотную зависимость в форме резонансной кривой.

С ростом частоты света, в частности в ультрафиолетовом диапазоне, электроны проводимости начинают запаздывать за изменением электрического поля волны, в результате коэффициент отражения уменьшается и некоторые металлические плёнки становятся частично прозрачными.

5.1.1. Эффект Дембера

Эффект возникновения электрического поля внутри однородного полупроводника под действием света называется эффектом Дембера.

Предположим, что пластинка однородного полупроводника освещается, с одной стороны, светом. Интенсивность света уменьшается с глубиной проникновения в соответствии с законом Бугера–Ламберта. Поглощение света сопровождается генерацией неравновесных электронов и дырок. Величина скорости генерации-число носителей, возникающих в единице объёма за секунду, будет также уменьшаться по экспоненте с глубиной. В результате возникнет диффузионный поток неравновесных электронов и дырок вглубь полупроводника. Но так как коэффициент диффузии электронов обычно существенно больше коэффициента диффузии дырок (в кремнии примерно в 3 раза), происходит пространственное разделение носителей заряда. Освещаемая поверхность приобретает положительный заряд, а противоположная ей – отрицательный заряд. Если пластинка имеет толщину порядка диффузионной длины, между поверхностями возникает ЭДС (ЭДС Дембера).

5.1.2. Вентильный эффект

Эффект возникновения фото-ЭДС при освещении светом р-п перехода.

Ранее мы отмечали, что в равновесном р-п переходе существует внутреннее электрическое поле, образованное ионизованными донорными и акцепторными примесями. Свет, падающий на р-п переход, будет генерировать неравновесные электронно-дырочные пары. При этом внутреннее поле практически мгновенно разделяет их: электроны в п-область, дырки – в р-область. В результате на границах р-п перехода образуется разность потенциалов, обусловленная квантами света – фото ЭДС. Соединяя соответствующим образом р-п переходы можно создавать батареи преобразователей (солнечные батареи) с требуемыми значениями напряжения и тока на выходе батареи.

Важно отметить, что вентильный эффект и эффект Дембера позволяют создавать прямые преобразователи световой энергии в электрическую, а также фотоприёмники в оптических каналах связи (фотодиоды, фоторезисторы и др.).

5.1.3. Лавинное умножение носителей заряда в фотодиодах

Опыт создания оптических приёмников показывает, что важнейший параметр – чувствительность приёмника (детектора) ограничивается шумами различного происхождения (тепловой шум, внешняя засветка, и т.д.).

Для выделения полезных сигналов на фоне шумов требуется усилить слабый полезный сигнал внутри самого детектора. Механизм такого усиления содержится в ВАХ фотодиода (рис. 5.1).

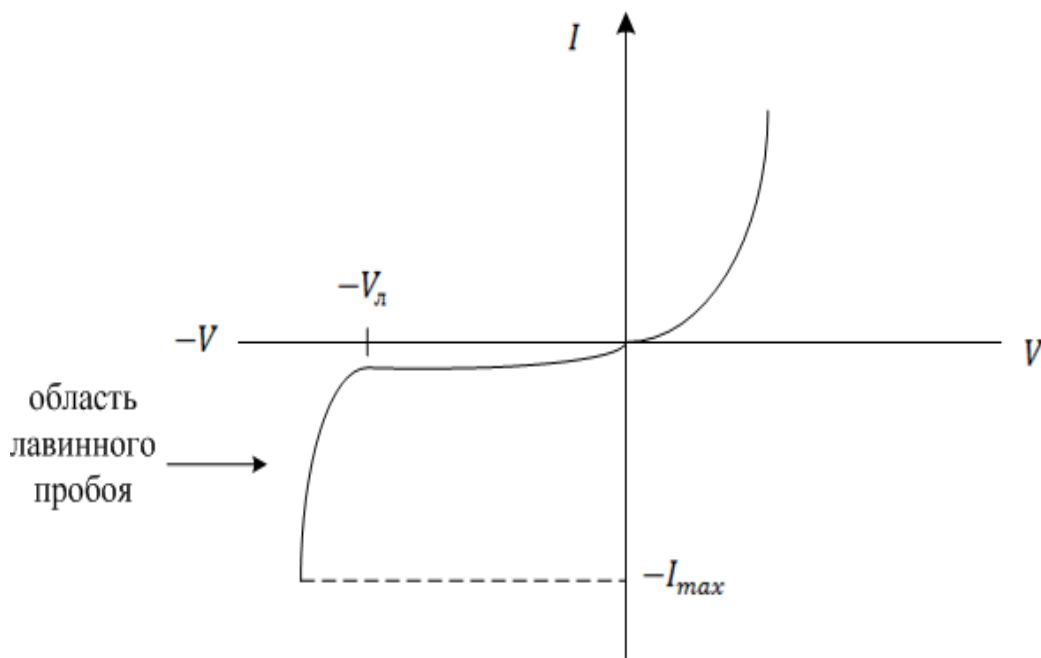


Рис. 5.1. ВАХ фотодиода при прямом и обратном смещении

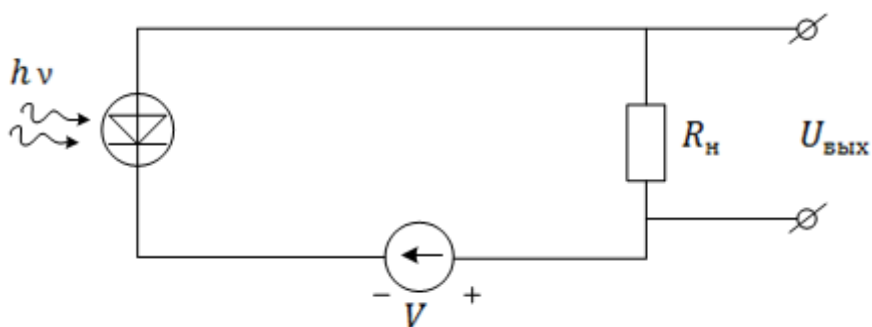


Рис. 5.2. Схема включения лавинного фотодиода

При подачи обратного смещения $-V_{\text{п}}$ в р-п переходе диода возникает лавинный пробой, приводящий к лавинному умножению фотоносителей, а значит фототока. Это приводит к соответствующему увеличению выходного напряжения на $R_{\text{н}}$ (рис. 5.2). Если ток диода не превышает допустимого значения $-I_{\text{max}}$, лавинный пробой не вызывает необратимых изменений в структуре диода (например теплового пробоя), р-п переход лавинного фотодиода (ЛФД) имеет ряд особенностей (например большую ширину перехода) для того чтобы обеспечить развитие лавин и эффективное усиление оптического сигнала.

Условием образования лавины является превышение кинетической энергии электрона энергии ионизации атомов полупроводника в области р-п перехода:

$$e E_{\text{д}} l > W_i.$$

При каждом акте ионизации число электронов удваивается, таким образом первичный слабый ток полезного сигнала умножается в ЛФД. Для эффективного умножения носителей необходимо чтобы ширина перехода была существенно больше средней длины свободного пробега электрона l . При этом следует иметь в виду, что образование лавин возможно лишь в центральной части р-п перехода, где электрическое поле имеет наибольшее значение.

5.2. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ АКУСТОЭЛЕКТРОНИКИ

Приборы акустоэлектроники используют физические процессы преобразования электронных сигналов в акустические и обратно. Физическая основа процессов станет понятной, если вспомнить, что акустическая волна любого вида (продольные, поперечные, поверхностные и т.д.) распространяется в виде деформаций кристаллической структуры, т.е. смещений атомов относительно равновесного положения. С другой стороны, электронные токи определяются степенью рассеяния электронов проводимости на дефектах кристаллической структуры. Кроме того, акустическая волна способна «увлекать» электроны проводимости в металлах и полупроводниках. Этот эффект известен в физике как эффект увеличения электронов фононами. Так как энергия фонона пропорциональна частоте, этот эффект хорошо наблюдается в диапазоне ультразвука в полупроводниках обладающих наноэлектрическими свойствами.

Пьезоэффект – возникновение зарядов, разности потенциалов на гранях пьезоэлектроника под действием механических напряжений (сжатия, растяжения, сдвига). Причиной эффекта является строение элементарной ячейки пьезокристалла. Она образована положительно и

отрицательно заряженными ионами и не имеет центра симметрии. При деформации такой ячейки в ней возникает дипольный момент.

Дипольные моменты отдельных ячеек складываются и дают макроскопический пьезоэффект.

Каждый вид напряжения в кристалле дает свой эффект, характеризуемый тензором пьезомодулей – коэффициентов, связывающих компоненты вектора поляризации и вектора напряжений. Чем выше симметрия элементарной ячейки кристалла, тем меньше отличных от нуля пьезомодулей.

В кристаллах, проявляющих пьезоэлектрические свойства, возможен обратный пьезоэффект – возникновение деформаций и напряжений при приложении электрического поля. Таким образом, пьезокристалл можно рассматривать как электромеханический преобразователь. Если на него действует электромагнитные колебания, то он приходит в состояние вынужденных акустических колебаний продольных или сдвиговых, различной поляризации. Характеристика электромеханической связи – коэффициент электромеханической связи:

$$K = \sqrt{\frac{W_{\text{ак}}}{W_{\text{эл.}}}},$$

где $W_{\text{ак}}$, $W_{\text{эл.}}$ – энергии соответственно акустических и электромагнитных колебаний.

При совпадении частоты вынужденных колебаний с собственной частотой пьезоэлектрика наблюдается явление резонанса, приводящее к резкому увеличению амплитуды акустических (чаще всего ультразвуковых) колебаний.

Величина собственной частоты пьезоэлектрика зависит от вещества кристалла, размеров, формы и ориентации срезов образца.

В электронике применяются пьезоэлектрики, проявляющие полупроводниковые свойства. Пример такого сочетания свойств – кристаллы соединений типа $A_2 B_6$ и $A_3 B_5$ ($Cd S$, $Cd S_e$, $Z_n S$, $Z_n O$, $G_a As$, $J_n Sb$ и др.) В них возможно не только преобразование электромагнитных колебаний в акустические и обратно, но и усиление ультразвуковых колебаний за счет их взаимодействия с дрейфовым потоком электронов приводимости. В силу требований миниатюризации электронных устройств, наибольшее распространение получили преобразователи и усилители на поверхностных акустических волнах (ПАВ) (рис. 5.3). Возбуждение УЗК – колебаний в пьезополупроводнике ($Cd S$) осуществляется с помощью встречно штыревого преобразователя ВШП1 (иногда его называют – двух фазный преобразователь ПАВ).

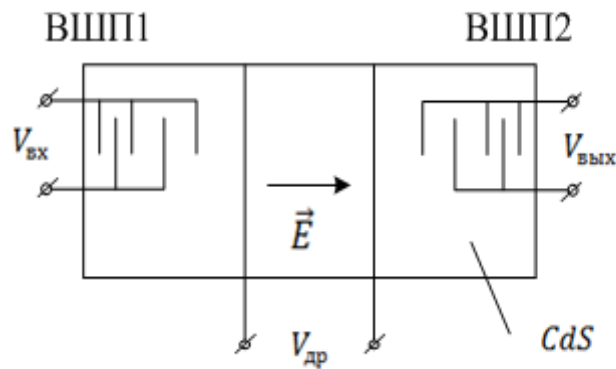


Рис. 5.3. Схема акустоэлектронного усилителя электромагнитного сигнала

Расстояние между штырями гребенки равно длине волны усиливаемых колебаний. В ВШП происходит когерентное сложение акустических колебаний. Чем больше штырей содержит преобразователь, тем выше его эффективность. В области дрейфового электрического поля происходит усиление УЗК – волны за счет энергии электрического поля. Необходимым условием является неравенство:

$$v_{др} > v_{зв} ,$$

где $v_{др}$ – величина дрейфовой скорости электронов в пьезополупроводнике, $v_{зв}$ – фазовая скорость звуковой волны в нем.

Акустоэлектронные приборы на ПАВ применяются в радиоэлектронике в качестве линий задержки, фильтров промежуточной частоты в телевизорах и радиотелефонах и т.д.

5.3. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОНИКА

Это направление электроники, изучающее эффекты электрической и магнитной природы, происходящие в активных диэлектриках и возможность использования этих эффектов для создания устройств обработки информации. Наибольший интерес представляют сегнетоэлектрики, обладающие спонтанной поляризацией и электрической доменной структурой (их можно рассматривать как электрический аналог ферромагнетиков).

Зависимость спонтанной поляризации сегнетоэлектрика от напряженности приложенного электрического поля нелинейная и имеет

форму петли гистерезиса при сканировании электрического поля (рис. 5.4).

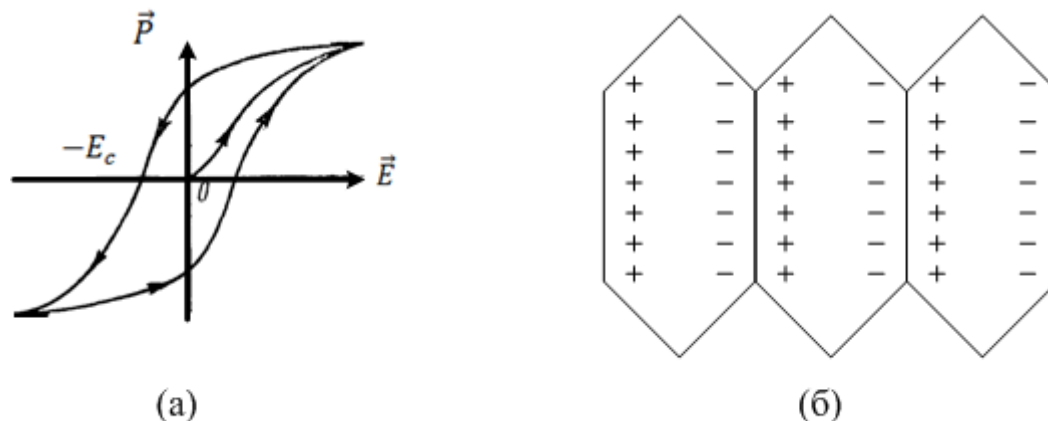


Рис. 5.4. Гистерезис поляризации (а), доменная структура (б) сегнетоэлектрика

Аналогично ферромагнетикам эта петля характеризуется поляризацией насыщения P_s и коэрцитивной силой E_c . Для сегнетоэлектриков существует характерная температура, называемая также температурой Кюри, при которой спонтанная поляризация исчезает и сегнетоэлектрик переходит в фазу параэлектрика. Физической причиной фазового перехода является структурная перестройка элементарной ячейки кристалла: низкосимметричной сингонии в кубическую, устойчивую при высоких температурах.

Для твердотельной электроники интерес представляют большой класс сегнетоэлектриков со структурой перовскита и общей химической формулой: ABO_3 , где – А и В металл I или II группы таблицы Д.И. Менделеева, причем В – переходный металл. Они имеют приемлемую температуру Кюри, относительную диэлектрическую проницаемость порядка нескольких тысяч, спонтанную поляризацию $> 10 \frac{Кл}{М^2}$, стабильные материаловедческие характеристики. Наиболее известные представители этого класса: титанат бария ($BaTiO_3$), титанат свинца ($PbTiO_3$), цирконат свинца ($HfZrO_3$), ниобат лития (Li_2NbO_3) и т.д. В параэлектрической фазе эти соединения имеют кубическую высоко симметричную ячейку типа ГЦК образованную ионами A^{+2} и O^- , в центре которой располагаются ион B^{+4} . Ниже температуры Кюри ион B^{+4} смещается относительно центра ячейки и кубическая ячейка деформируется в тетрагональную. И хотя смещение очень мало $\sim 0,005$ нм, его достаточно чтобы возник диполь, а в домене спонтанная поляризация.

Образование доменной структуры (множество доменов) обеспечивает компенсацию электрического поля отдельных доменов, что

в итоге понижает энергию системы. Размеры отдельных доменов колеблются от сотых долей до нескольких миллиметров. В отсутствие внешнего электрического поля, поляризация сегнетоэлектрика минимальная и близка к нулю. Увеличение внешнего поля сопровождается ростом доменов с близкой к полю ориентации за счет доменов, ориентированных против направления поля. В итоге сегнетоэлектрик достигает насыщения поляризации P_s .

Перестройка доменной структуры под действием электрического поля сопровождается обратным пьезоэффектом. Многие сегнетоэлектрики обладают пьезо- и пирозлектрическими свойствами.

В электронике применяется большое количество разнообразных по химическому составу сегнетоэлектриков как в виде монокристаллов и пленок, так и в виде керамики (ЦТС – керамика и т.п.). Широкозонные сегнетоэлектрики используются в конденсаторах, обеспечивая существенное увеличение их ёмкости ($\epsilon \geq 10^3$). Узкозонные и легированные сегнетоэлектрики применяются в качестве позисторов – терморезисторов с резким изменением сопротивления (до 10^6 раз) в узком интервале температур.

Нелинейные диэлектрические свойства сегнетоэлектриков используются при конструировании варикондов – переменных конденсаторов с электрической подстройкой. По сравнению с варикапами они имеют более широкий диапазон подстройки: от десятков пикофард до одной микрофарды. Сегнетоэлектрики с прямоугольной петлей гистерезиса применяются в цифровых ячейках памяти (аналогично памяти на цилиндрических магнитных доменах).

5.4. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ УСТРОЙСТВА НА ЭФФЕКТЕ ГАННА

Типичным представителем этого класса функциональной электроники является диод (генератор) Ганна. Конструктивно он представляет собой полупроводниковый кристалл типа Ga As с двумя металлическими контактами (отсюда термин – диод). Если включить этот диод в цепь источника постоянного высокого напряжения (>1 кВ), в цепи возникает генерация высокочастотных колебаний терагерцового диапазона. При этом никакой схмотехники (усилитель, резистор, обратная связь и т.д.). Впервые обнаружил этот эффект американский физик Дж. Б. Ганн в 1963 г. Сейчас генераторы Ганна широко используются в мобильной связи, радиолокации и другой СВЧ-технике.

Причина генерации – особые свойства полупроводникового кристалла, проявляющиеся в сильных полях в виде отрицательного дифференциального сопротивления. Типичный вид полевой характеристики таких полупроводников приведены на рис. 5.5. Такие характеристики часто называют N-образными.

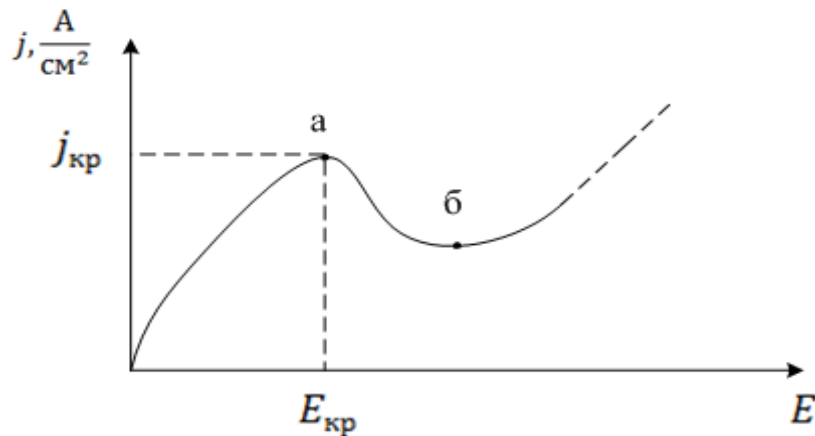


Рис. 5.5. Вид N-образной вольтамперной характеристики

N-образные вольтамперные характеристики наблюдаются в однородных многодолинных полупроводниках, в частности в A^3B^5 . В этих материалах зона проводимости имеет несколько минимумов (рис. 5.6), отстоящих друг от друга на небольшой энергетический интервал.

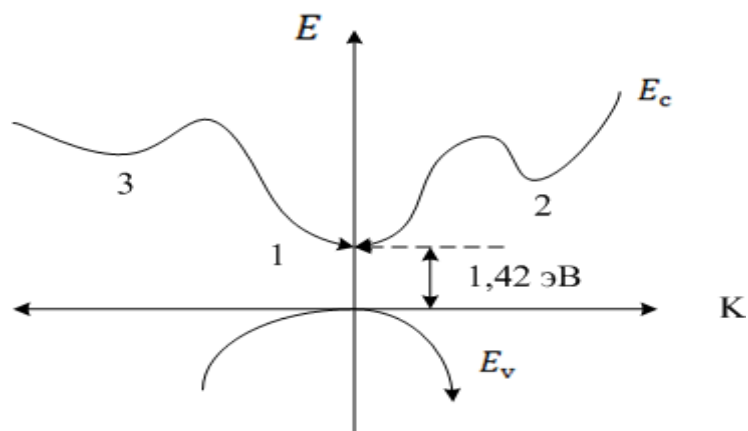


Рис. 5.6. Примерный профиль дна зоны проводимости GaAs с 3-мя минимумами

Основной минимум (1) в Ga x As заполняется электронами и обеспечивает электропроводность в слабых полях. С увеличением напряженности внешнего поля $|\vec{E}| > E_{кр}$ электроны проводимости будут приобретать дополнительную энергию („разогреваться“) достаточную для заполнения 2 и 3-го минимумов. Эффективная масса электронов определяется профилем минимума:

$$m = \frac{\hbar^2}{\left(\frac{d^2 E}{dk^2}\right)}$$

В Ga As минимумы 2 и 3 более пологие, чем 1, поэтому эффективная масса электронов в этих «долинах» больше, чем в 1. Соответственно подвижность и проводимость – меньше.

Таким образом, за счет переброса электронов проводимости в долины 2 и 3 плотность тока уменьшается при ($\vec{E} > E_{кр}$) (рис. 5.5) и на характеристике образуется участок с отрицательным сопротивлением (*a б*). Дальнейший рост плотности тока с увеличением поля связан с постоянством концентрации в верхних долинах, а также эффектов ударной ионизации: (закон Пуля).

$$\sigma \sim |\vec{E}| L.$$

Рассмотрим механизм генерации высокочастотных колебаний в диоде Ганна. Для этого надо вспомнить, что граница контакта металл (катод) – полупроводник представляет собой электрическую неоднородность (см. раздел контактные явления) в которой возможны флуктуации плотности тока. Допустим, что средняя плотность тока, текущего через полупроводник j_0 находится на участке *a б* вблизи точки *a*. Предположим что на катоде в результате флуктуации произошло увеличение плотности тока δj . Это ведет к образованию электрического диполя объединенного электронами на этом участке (рис.5.7) с напряженностью δE и уменьшенного среднего поля в полупроводнике на величину δE (рис. 5.8).

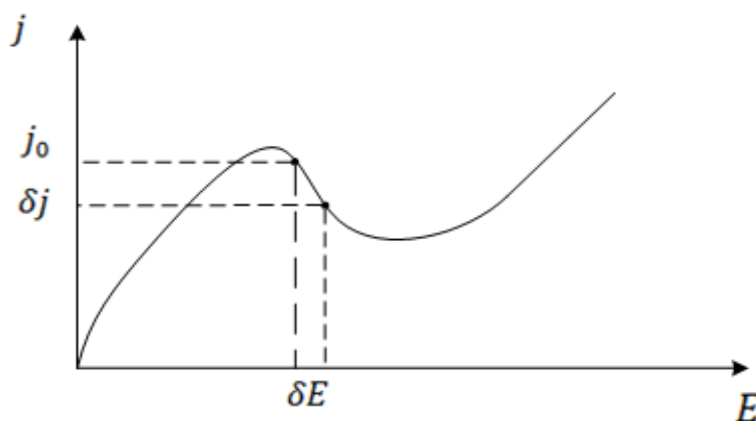


Рис. 5.7. Образование электрического домена в месте флуктуации тока на контакте металл–полупроводник

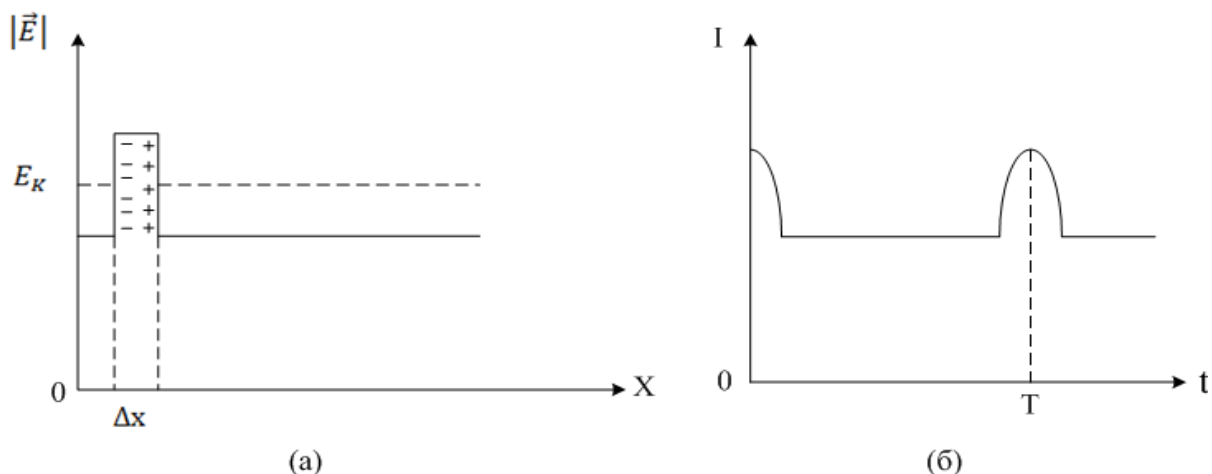


Рис. 5.8. Возникающие поля домена на участке Δx вблизи катода (0), которое значительно превосходит среднее E_0 (а). Пиковая структура тока в цепи диода Ганна (б)

Электрический домен дрейфует через полупроводник со средней скоростью $v_{др}$. Следовательно период повторения доменов и импульсов тока будет определяться размером полупроводника Δx :

$$T = \frac{\Delta x}{v_{др}} = \frac{\Delta x}{uE},$$

где u — средняя подвижность электронов.

Важность отметить, что пока один домин дрейфует через полупроводник, второй домен возникнуть не может, т.к. напряженность поля в кристалле ниже критической.

Первый промышленный генератор Ганна появился в 1966 г. он работал в импульсном режиме с частотой 3 ГГц и имел мощность 100 Вт. В качестве полупроводника использовался Ga As.

5.5. ПРИБОРЫ С ЗАРЯДОВОЙ СВЯЗЬЮ

Класс приборов с зарядовой связью (ПЗС) — интегральные полупроводниковые структуры, в основе работы которых лежит принцип создания, передачи и хранения пространственно-локализованных зарядовых пакетов из электронов или дырок. Основным элементом интегральной структуры является МОП конденсатор (см. 3.4.6). Такие конденсаторы образуют линейку или матрицу в интегральной структуре полупроводника (чипа). Информационный зарядовый пакет может формироваться за счет управляемой инжекции или световым потоком. В подзатворной части полупроводника при подаче на затвор напряжения соответствующего знака формируется потенциальная яма, для электронов

или дырок. Зарядовый пакет может храниться, в этой ячейке до тех пор, пока внешним током он не будет перенесен в соседнюю ячейку или во внешнюю цель.

5.6. КВАЗИЧАСТИЦЫ И ДИНАМИЧЕСКИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Квазичастицами в квантовой теории называют элементарные возбуждения, возникающие в многочастных конденсированных средах (кристаллы, жидкости и др.) и проявляющие себя как долгоживущие, самостоятельные образования, находящиеся в определенном квантовом состоянии (волновая функция, энергия, квазиимпульс, спин и т.д.). В последнее время квантовые эффекты все шире применяются в электронных приборах: туннельный эффект, сверхпроводимость, спонтанная намагниченность и поляризация, интерференция электронных волн и т.д.

Наиболее простой и достаточно хорошо изученный квазичастицей является полярон. Он образуется при движении электрона в ионном кристалле или другой поляризующейся среде. Электрон собственным электрическим полем создает поляризацию и движется вместе с этой оболочкой. Подвижность такого электрона резко уменьшается по сравнению с квазисвободным в зоне проводимости полупроводника или металла. Эффективная масса, наоборот, резко увеличивается. Подвижность полярона может быть на несколько порядков меньше, чем квазисвободного электрона. В зависимости от размеров области создаваемой поляризации различают полярон малого и большого радиуса. Именно полярной проводимостью объясняется низкая подвижность и электропроводимость некоторых оксидов и галогенидов.

При участии света в образовании и движении электрона (дырки) в полярной среде возникает возбуждение в виде квазичастицы: поляритон.

К квазичастицам относятся также фотоны, фононы, экситоны, плазмоны, куперовские пары и др. Квазичастицы, так же, как и частицы подчиняются одной из квантовых статистик: Бозе – Эйнштейна или Ферми – Дирака. Они характеризуются, также определенным законом дисперсии и другими параметрами движения.

В функциональной электронике квазичастицы играют важную роль как носители информационных сигналов. Еще одним важным понятием функциональной электроники являются динамические неоднородности. Они представляют собой локальный объем внутри твердого тела или его поверхности, который обладает отличными от всего тела свойствами и создается (генерируется) в результате определенных физико-химических процессов. К таким динамическим неоднородностям относятся

магнитные и электрические домены, акустические волны и др. Выше мы уже рассматривали их применение в электронных приборах.

Использование динамических неоднородностей различной физической природы позволяет реализовать в процессах обработки информации как элементарные логические функции типа И, НЕ, ИЛИ, так и сложные (высшего порядка): преобразования Фурье, Лапласа, операции свёртки, корреляции, фильтрации и т.п. Поэтому устройства функциональной электроники можно рассматривать как процессор, выполняющий операции высшего порядка в аналоговом виде, без перевода аналогового сигнала в цифровой и обратно с одновременной обработкой больших объемов информации. При этом не используются никакие линии связи, шины и межсоединения.

VI. ОСНОВЫ ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОННЫХ КИНЕТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Физические явления, связанные с движением электронов твердого тела под действием внешних и внутренних сил (полей) называются электронными кинетическими эффектами. К ним относятся электропроводимость, теплопроводность, термоэлектрические эффекты, гальваномагнитные эффекты, термомагнитные эффекты и т.п. Внешние силы определяются названием эффекта: электрические и магнитные поля, градиенты температуры, химического потенциала и т.д. Природа внутренних сил менее понятна, т.к. она связана с взаимодействием электронных потоков с движением и возбуждениями кристаллической структуры, которое требует микроскопического рассмотрения в рамках статистической теории. Процессы взаимодействия обычно определяют термином «рассеяние». Изучение физических механизмов процессов рассеяния – одна из главных задач теории электронных кинетических эффектов.

Из квантовой теории следует, что в идеальном монокристалле электрон движется без рассеяния. Подвижность такого электрона теоретически должна стремиться к бесконечности. Современные интегральные технологии используют кристаллы кремния, приближающиеся по структуре к идеальным, однако кардинального увеличения подвижности электронов не достигнуто. Это указывает на то, что роль отдельных механизмов рассеяния изучена недостаточно.

Кроме научного, теоретического интереса, кинетические эффекты представляют широкий практический интерес. На их основе работает большинство современных технических средств связи, измерения и преобразования физико-химических величин, разрабатываются принципиально новые, экологически чистые источники энергии, ресурсосберегающие технологические процессы и т.д.

Кинетические эффекты чувствительны к закону дисперсии электронов проводимости, а также к строению атомно-кристаллической структуры и её дефектам. Поэтому исследования электронных кинетических эффектов используются в материаловедении как инструмент аттестации широкого спектра функциональных материалов.

6.1. ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ НЕРАВНОВЕСНЫХ ПРОЦЕССОВ

Термодинамика относится к числу фундаментальных феноменологических теорий, основанная на проверенных временем практикой постулатах. А. Эйнштейн в своих трудах писал: «... Это единственная физическая теория общего содержания, относительно которой я убежден

что в рамках применения её основных понятий она никогда не будет опровергнута».

Равновесная термодинамика (иногда её называют термостатикой) позволяет установить соотношения между термодинамическими параметрами системы (температура, концентрация, давление и т.п.). Она позволяет получить выражения для функции распределения частиц системы (см. выше раздел). Она позволяет связать указанные макроскопические параметры с микроскопическими параметрами частиц образующих систему. При этом в качестве последних используются усредненные по всей системе величины. Например, температура определяется средней энергией движения частиц, плотность – концентрацией частиц и т.д.

Задачей термодинамики неравновесных процессов является установление соотношений между макроскопическими параметрами (электропроводимость, коэффициент диффузии, коэффициент термоэдс и т.д.) и микроскопическими параметрами ансамбля частиц. В нашем случае таким ансамблем являются электроны проводимости. Во внешнем электрическом поле ансамбль электронов отклонён от равновесного состояния, поэтому его нельзя описать набором равновесных параметров, относящихся ко всей системы в целом. Однако можно задать для малых объемов локально-равновесные параметры. Эти малые объемы должны оставаться макроскопическими, то есть объединять большое число частиц (электронов), чтобы обеспечить незначительное влияние флуктуаций на усредненные значения по локальным объемам. Таким образом, в теории вводится понятие локально-равновесных параметров. Для разных малых объёмов они будут отличаться, что создает условия для переноса, направленного дрейфа частиц. Но если эти конечные разности значительны по сравнению с самими величинами параметров, то можно описывать пространственные и временные зависимости параметров непрерывными функциями, входящими в уравнения переноса.

Описанный подход можно назвать условием квазиравновесности. Он существенно сужает число задач решаемых термодинамикой неравновесных процессов. (ТНП).

Основными величинами ТНП являются обобщенные термодинамические силы X_i и обобщенные термодинамические потоки I_j . Прилагательное «обобщенные» подчеркивает различную физическую природу этих величин, и возможность одновременного действия нескольких сил на электроны проводимости. В зависимости от величин обобщенных сил выделяют два направления теории ТНП: 1) линейная и 2) нелинейная. Для электронных процессов в нормальных условиях (температура, давление и т.д.) обычно применим линейный вариант:

$$\vec{I}_J = L_{ij} \vec{X}_i, \quad (6.1)$$

где L_{ij} – тензор кинетических коэффициентов.

Размерность матрицы L_{ij} определяется числом действующих сил. Например, для двух сил: $\vec{v}\varphi$, $\vec{v}T$ матрица L_{ij} имеет вид:

$$L_{ij} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix}. \quad (6.2)$$

Диагональные кинетические коэффициенты очевидно связаны с электропроводностью (дифференциальный закон Ома) и с теплопроводностью (закон Фурье). Коэффициенты L_{12} L_{21} называются перекрестными, их значения зависят от степени сопряженности электронных кинетических эффектов электропроводимости и теплопроводности.

Коротко обсудим нелинейный вариант ТНП. Он относится к описанию, сильно неравновесных, быстропротекающих процессов, в открытых системах, в которых энтропия возрастает с большой скоростью. При этом условие квазиравновесия не применимо. В системе протекают нелинейные процессы, в том числе самоорганизации, приводящие к образованию упорядоченных во времени и пространстве, так называемых, диссипативных структур. Эти процессы настолько важны и интересны для понимания эволюции широкого класса систем (в том числе и живых), что образовалась специальная наука–синергетика, занимающаяся описанием этих процессов. Физическая природа синергетики заключается в том, что сильная неравновесность приводит к потере устойчивости системы. При этом возрастают флуктуации, что приводит к коллективным (кооперативным) движениям частиц системы и в итоге к возникновению диссипативных структур. Понятно, что в твердотельной электронике такие процессы должны быть исключены по техническим условиям работы приборов и систем.

Как разделить линейные и нелинейные процессы? Для линейной ТНП доказываются ряд принципов и выводятся соотношения, выполнение которых свидетельствуют о линейности процесса. Основным уравнением линейной ТНП является, объединяющие 1^о и 2^о начало равновесной термодинамики, уравнение:

$$Tds = du + Pd\vartheta + \mu_i dn_i, \quad (6.3)$$

где ds , du , $d\vartheta$, dn_i – локальные энтропия, (s – энтропия единицы объема), внутренняя энергия, объем и концентрация, являющиеся функциями координат и времени; μ – химический потенциал частиц i -го сорта.

Применение уравнения (6.3) совместно с фундаментальными уравнениями баланса (непрерывности) лежит в основе теории ТНП. В этой теории выводится ряд полезных соотношений, некоторые из них можно считать принципами линейной ТНП. Одно из них утверждает, что в области линейности необратимого процесса, матрица кинетических коэффициентов симметрична:

$$L_{ik} = L_{ki} \quad (i, k = 1, 2, \dots, n). \quad (6.4)$$

Это утверждение называется часто: соотношение взаимности Онзагера.

Еще одно важное соотношение связано с производством энтропии $\frac{ds}{dt}$. В соответствии со вторым началом термодинамики, эта величина положительно определена и выражается через термодинамические силы:

$$\frac{ds}{dt} = \sum_e L_{ik} X_i X_k. \quad (6.5)$$

Положительная определенность (5) накладывает условие положительности диагональных кинетических коэффициентов: $L_{ii} > 0$ и положительность детерминанта: $\det L_{ik} > 0$.

Таким образом, на основании уравнения (6.3) и соотношений (6.4), (6.5) в области ТНП можно установить связи между кинетическими коэффициентами различных явлений переноса в данной системе.

Рассмотрим систему электронов проводимости в твердом теле (металл, полупроводник, полуметалл). Изменением объема системы, очевидно, можно пренебречь: $d\vartheta = 0$ в (6.3), а химический потенциал заменим на электрохимический: $(\mu_e + e\varphi)$, где ϑ – внешняя разность потенциалов, e – заряд электрона. Основное уравнение термодинамики принимает вид:

$$Tds = du + (\mu_e + e\varphi) dn. \quad (6.6)$$

Считая процесс стационарным (T , μ_e и φ от времени не зависят), из (6.6) получим выражение для производства энтропии:

$$\frac{\partial s}{\partial t} = \frac{1}{T} \left(\frac{\partial u}{\partial t} + \mu_e e + e\varphi \right) \frac{\partial n}{\partial t}. \quad (6.7)$$

Концентрация частиц n и плотности внутренней энергии и удовлетворяют законам сохранения и уравнению непрерывности:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div} \vec{J}_n = 0,$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \text{div} \vec{J}_n = 0,$$

где \vec{J}_n и \vec{J}_u – плотности потока частиц и энергии соответственно.

Подставляя выражения производных в (6.7) и ограничиваясь линейными членами разложения термодинамических потоков в ряд по термодинамическим силам можно получить следующие уравнения:

$$\vec{j} = \sigma \vec{\nabla} \tilde{\mu} - \beta \vec{\nabla} T,$$

$$\vec{j} Q = Q \nabla \tilde{\mu} - \alpha \vec{\nabla} T,$$

где $\vec{J}_Q = \vec{j} T$, $\vec{j} = e \vec{J}_n$; δ, α, β и α – кинетические коэффициенты, которые должны вычисляться на основе микроскопической теории или определяться опытным путем.

6.2. КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА

Метод кинетического уравнения Больцмана позволяет при определенных разумных допущениях вычислить кинетические коэффициенты. Он является одним из наиболее распространенных методов теоретического исследования электронных кинетических эффектов в твердых телах. Рассмотрим суть этого метода.

В состоянии термодинамического равновесия система электронов проводимости в твердом теле описывается функцией распределения Ферми-Дирака $f_0(\vec{r}, \vec{k})$. Если внешние силы выводит эту систему из равновесия, функция распределения смещается в k -пространстве и является неравновесной – (\vec{r}, \vec{k}, t) . При этом для сил имеет место:

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{1}{\hbar} \vec{F}, \quad (6.8)$$

где \vec{F} – результирующая сила, действующая на электрон.

Результирующую силу разделим на внешнюю – обусловленную внешними по отношению к кристаллу макроскопическими полями \vec{F}_e , и внутренние, обусловленные воздействием кристаллической структуры на электрон \vec{F}_i . Действие внешних и внутренних сил противоположно. Внешние создают направленное движение – дрейф. В пространстве координат и волновых векторов (импульсов), внутренние имеют случайную природу, связанную колебаниями атомов (ионов) и дефектами кристаллической структуры и приводят к разупорядоченности (рассеиванию) направленного движения. Внешние силы обычно стационарны и их воздействие на функцию распределения можно учесть

в уравнении движения. Внутренние для каждой частицы индивидуальны и их влияние на функцию распределения можно учесть только статистически. Время действия внутренних сил очень короткое $\sim \frac{a}{v}$, где, a – период решетки, $\sim 10^{-8}$ см, v – тепловая скорость электрона, $\sim 10 \frac{\text{см}}{\text{с}}$. За время 10^{-15} с происходит значительные изменения импульса (квазиимпульса) электрона. В микроскопической механике такие процессы называют ударом. Мы в дальнейшем будем их называть процессами рассеяния.

Изменение функции распределения под действием сил определяется её полной производной по времени:

$$\frac{df(\vec{r}, \vec{k}, t)}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \vec{r}} \cdot \frac{\partial \vec{r}}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \vec{k}} \cdot \frac{\partial \vec{k}}{\partial t} = (\vec{\nabla}_r f \cdot \vec{v}) + \frac{1}{\hbar} (\vec{\nabla}_k f \cdot \vec{F}) + \frac{\partial f}{\partial t}. \quad (6.9)$$

Из теоремы Лиувилля о неизменности фазового объёма (сохранение числа состояний) следует, что

$$\frac{df}{dt} = 0,$$

тогда

$$-\frac{\partial f}{\partial t} = (\vec{\nabla}_r f \cdot \vec{v}) + \frac{1}{\hbar} (\vec{\nabla}_k f \cdot \vec{F}), \quad (6.10)$$

Учитывая, что $\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_l$, (10) можно записать короче:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_n + \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c, \quad (6.11)$$

где обозначено:

$$-\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_n = (\vec{U}, \vec{\nabla}_r f) + \frac{1}{\hbar} (\vec{F}_e, \vec{\nabla}_k f),$$

$$-\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c = \frac{1}{\hbar} (\vec{F}_l, \vec{\nabla}_k f),$$

(6.11) представляет собой сокращенную запись уравнения Больцмана. Первое слагаемое называют полевой член, второе – столкновительный член. Из этой записи следует, что любое стационарное состояние системы ($\frac{\partial f}{\partial t} = 0$) соответствует динамическому равновесию между процессом дрейфа (полевой член) и рассеяния. Л. Больцман впервые сформулировал эту идею применительно к системе молекул газа, поэтому уравнение носит его имя.

Методами статистической механики, при разумных допущениях, удается рассчитать столкновительный член (интеграл) [3]:

$$\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c = \frac{1}{4\pi^3} \int_{V_k} \vartheta(k, k') [f(\vec{r}, \vec{k}') - f(\vec{r}, \vec{k})] d\tau_{k'},$$

где $\vartheta(k, k')$ – вероятность перехода из состояния с \vec{k} в \vec{k}' и обратно, V_k – объем фазового k -пространства.

При расчетах считается, что координата частицы при рассеянии не меняется ($\vec{r} = \vec{r}'$).

В итоге в развернутом виде для стационарного состояния уравнение Больцмана имеет вид

$$\left(\vec{V}, \vec{\nabla}_r f(r, k)\right) + \frac{1}{\hbar} \left(\vec{E}_e, \vec{\nabla}_k f(r, k)\right) = \frac{1}{4\pi^3} \int_{V_k} w(k, k') [f(\vec{r}, \vec{k}') - f(\vec{r}, \vec{k})] d\tau_{k'}. \quad (6.12)$$

Интегро-дифференциальное уравнение (6.12) аналитически не решается. Для решения надо упрощать столкновительную часть уравнения. Далее будет рассмотрено такое упрощение, часто применяемое в физике и электронике полупроводников и металлов.

6.2.1. Приближение времени релаксации

Рассмотрим систему электронов проводимости в кристалле в стационарном неравновесном состоянии (например, во внешнем электрическом поле \vec{E}). Предположим, в условный момент времени $t = 0$ электрическое поле выключается. Это означает, что с этого момента времени полевой член обращается в ноль, и уравнение (6.11) принимает вид:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c.$$

Данное уравнение описывает скорость восстановления $\left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)$ равновесной функции распределения $f_0(\vec{r}, \vec{k})$: релаксация функции распределения. Приближение времени релаксации состоит в том, что предполагается, что скорость восстановления равновесия системы пропорциональна величине отклонения от равновесия:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \left(\frac{\partial f}{\partial t}\right)_c = -\frac{f(\vec{r}, \vec{k}, t) - f_0(\vec{r}, \vec{k})}{\tau(\vec{k})}. \quad (6.13)$$

Уравнение (6.13) легко интегрируется:

$$f(\vec{r}, \vec{k}, t) - f_\varphi(\vec{r}_1, \vec{k}) = [f(\vec{r}, \vec{k}, 0) - f_\varphi(\vec{r}, \vec{k},)]e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Отсюда следует физический смысл времени релаксации: время уменьшается начального стационарного отклонения от равновесия в e – раз. Здесь e – основание натурального логарифма.

Из (6.11) с учетом (6.13) уравнение Больцмана в приближении времени релаксации принимает вид:

$$(\vec{\vartheta}, \vec{\nabla}_r f(\vec{r}, \vec{k})) + \frac{1}{\hbar} (\vec{F}_e \vec{\nabla}_k f(\vec{r}, \vec{k})) = -\frac{f(\vec{r}, \vec{k}) - f_{\varphi_0}(\vec{r}, \vec{k})}{\tau(k)}. \quad (6.14)$$

Это дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка. При небольших отклонениях от равновесия решение его в первом приближении можно представить:

$$f(\vec{r}, \vec{k}) = f_0(\vec{r}, \vec{k}) + f_1(\vec{r}, \vec{k}),$$

где f_1 – неравновесная добавка.

Подставляя решение в (6.14) получим

$$(\vec{\vartheta}, \vec{\nabla}_r f_0 + \vec{\nabla}_r f_1) + \frac{1}{\hbar} (\vec{F}_e \vec{\nabla}_k f_0 + \vec{\nabla}_k f_1) = -\frac{f_1}{\tau}. \quad (6.15)$$

Принимая во внимание, что $f_0 = \frac{1}{\frac{E-\mu}{e^{kT}}+1}$ функция Ферми–Дирака и учитывая, что от \vec{r} могут зависеть температура (T) и химический потенциал (μ), а от k – энергия (E) вычисляем градиенты:

$$\vec{\nabla}_r f_0(\vec{r}, \vec{k}) = -\frac{\vartheta f_0}{\vartheta E} [\vec{\nabla}_r \mu + (E - \mu) \frac{\vec{\nabla}_r T}{T}]$$

$$\vec{\nabla}_k f_0(\vec{r}, \vec{k}) = \frac{\vartheta f_0}{\vartheta E} \hbar \vec{\vartheta},$$

$$\text{где } \frac{\vartheta f_0}{\vartheta E} = -\frac{\frac{E-\mu}{e^{kT}}}{\left[\frac{E-\mu}{e^{kT}}+1\right]^2} \cdot \frac{1}{kT}.$$

Положим, что внешняя сила $\vec{F}_e = e\vec{E}$, где \vec{E} – напряженность внешнего электрического поля, $\vec{E} = -\vec{\nabla}_r \varphi(r)$. Кроме того, полагаем что производные $\vec{\nabla}_k f_1, \nabla_r f_1$ имеют, более высокий порядок малости по сравнению с f_1 , тогда для f_1 получим:

$$f_1(\vec{r}_1, \vec{k}) = -\frac{\vartheta f_0}{\vartheta E} [\tau(\vec{k}) \{ e\vec{E} - \vec{\nabla}_r \mu + (E - \mu) \vec{\nabla}_r \ln T \}]. \quad (6.16)$$

6.2.2. Плотность электрического тока

Нарушение симметрии функции распределения внешним электрическим полем связано с потоком электронов (дырок) то есть с электрическим током, плотность которого можно вычислить для единичного объема кристалла:

$$\vec{j} = \frac{e}{4\pi^3} \int_{V_k} \vec{v} (f_0 + f_1) d\tau_k. \quad (6.17)$$

Здесь учтено, что в элементы объема K – пространства $d\tau_k$ содержится $\frac{d\tau_k}{4\pi^3}$ состояний, в которых находится $d n = \frac{d\tau_k}{4\pi^3} (f_0 + f_1)$ носителей заряда, имеющих скорость $\vec{v} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{d\vec{k}}$ и создающих плотность тока:

$$d\vec{j} = e \vec{v} \frac{d\tau_k}{4\pi^3} (f_0 + f_1).$$

При вычислении (6.17) следует учесть, что $\int_{V_k} \vec{v} f_0 d\tau_k = 0$, т.к. f_0 – функция четная от \vec{k} , а $\vec{v} f_0(\vec{r}_1, \vec{k})$ соответственно – нечетная, интегрирование которой в симметричном K -пространстве дает ноль. Этот результат закономерен, так как в равновесном состоянии ток отсутствует. Поэтому для вычисления \vec{j} в (6.17) остается интеграл с подынтегральной функцией $\vec{v} f_1$. Выражение для f_1 дается (6.16) где учитывается разность температур, то есть перенос электронами энергии. Так как каждый электрон несет энергию E и скорость \vec{v} , то плотность потока энергии можно определить выражением:

$$j_E = \frac{1}{4\pi^3} \int_{V_k} E \vec{v} f_1 d\tau_k. \quad (6.18)$$

Вычисление интегралов (6.17) и (6.18) можно найти в многочисленной литературе по теории электронных кинетических эффектов, например: Киреев П.С. «Физика полупроводников».

Применительно к изотермической электропроводимости $\nabla\mu = 0$; $\nabla T = 0$ магнитное поле отсутствует, можно получить для плотности тока:

$$\vec{j} = e^2 K_{11} \vec{E}, \quad (6.19)$$

где K_{11} – компонент тензора кинетического коэффициента.

Видно, что кинетическое уравнение Больцмана приводит к дифференциальному закону Ома. При этом оно раскрывает более

глубокий смысл удельной электропроводимости. В частности, в отсутствии магнитного поля в изотермическом случае; теория дает:

$$K_{11} = n \frac{\langle E\tau \rangle}{m^*}, \quad (6.20)$$

где n – концентрация электронов проводимости, треугольные скобки означают усреднение времени реакции умноженном на энергию, m^* – тензор эффективной массы.

Результат усреднения определяется функцией распределения электронов. В частности, для выраженного электронного газа:

$$\langle E \cdot \tau \rangle = \langle \tau \rangle,$$

откуда

$$\sigma = n \frac{e^2 \langle \tau \rangle}{m^*} = en \langle u_e \rangle,$$

что совпадает с точностью до численного коэффициента с формулой Друде. $\langle \tau \rangle$ – усредненное время релаксации импульса для электронов, имеющих энергию вблизи уравнения Ферми.

Таким образом, время релаксации, введенное в модели Друде число эмпирически, получает в (6.20) более глубокую физическую трактовку, связанную с квантовой статистикой.

Для невырожденного электронного газа [3]:

$$\langle \tau \rangle = \langle \tau_0 \rangle \frac{\Gamma(\frac{5}{2}+p)}{\Gamma(\frac{5}{2})},$$

где Γ – гамма – функция (см. таблицу), а $\langle \tau_0 \rangle$ – множитель в степенной зависимости $\tau = \tau_0 x^p$, где $x = \frac{E}{kT}$.

Таблица 3

Значения гамма – функции

P	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$\Gamma(\frac{5}{2} + p)$	$\sqrt{\pi}$	$\frac{\sqrt{\pi}}{2}$	1	$\frac{3\sqrt{\pi}}{4}$	2	$\frac{15\sqrt{\pi}}{8}$	$\frac{105\sqrt{\pi}}{16}$
$\frac{\Gamma(\frac{5}{2} + p)}{\Gamma(\frac{5}{2})}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3\sqrt{\pi}}$	1	$\frac{8}{3\sqrt{\pi}}$	$\frac{32}{5}$	$\frac{35}{4}$

Множитель τ_0 не зависит от энергии электрона и определяется механизмом рассеяния его на дефектах кристаллической решетки. Например, рассеяние на акустических фононах в атомных кристаллах приводит к зависимости $\tau_a(E) \approx \tau_{0a} \left(\frac{E}{k\Gamma}\right)^{-\frac{1}{2}}$, рассеяние на ионах примеси приводит к зависимости: $\tau_i \approx \tau_{0i} E^{3/2}$.

Следует заметить, что расчеты времени релаксации весьма сложные и содержат ряд допущений. Возникает вопрос: насколько они подтверждаются экспериментальными исследованиями. Однако прямые и косвенные количественные измерения времени релаксации практически невозможны. Поэтому в лабораторной практике обычно определяют среднюю подвижность электронов в зависимости от температуры (а значит энергии):

$$u_e(T) = \frac{e\langle\tau\rangle}{m^*}.$$

Для рассеяния на акустических фононах, которое обычно преобладают в атомных полупроводниках при температурах выше комнатной, расчеты дают зависимость: $u_a = u_{a0} T^{3/2}$. То есть подвижность уменьшается с температурой. Для рассеяния на ионах примеси расчеты приводят к противоположной зависимости. Этот механизм рассеяния обычно превалирует при температурах ниже комнатной, вплоть до азотных (~ 100 К): $u_i = u_{i0} T^{3/2}$.

Если брать во внимание только два этих механизма рассеяния (хотя это не так), то качественная температурная зависимость подвижности электронов (дырок) должна иметь вид кривой с максимумом (рис. 6.1).

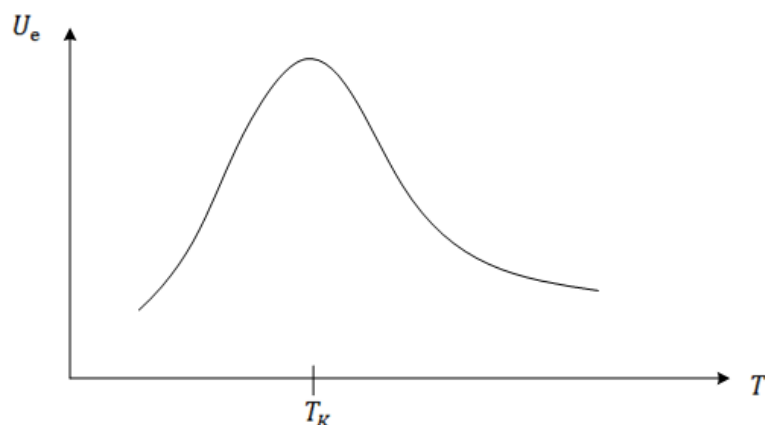


Рис. 6.1. Качественная зависимость подвижности электронов от температуры в легированном полупроводнике

Экспериментальные исследования температурных зависимостей подвижности в полупроводниках n – и p – типа Ge, Si, Ga, As

подтверждаю качественную зависимость, предсказанную теорией рассеяния.

6.3. ПРИМЕНЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ШРЁДИНГЕРА ДЛЯ РАСЧЕТА ЭЛЕКТРОННЫХ КИНЕТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В НАНОСТРУКТУРАХ

Современная полупроводниковая интегральная микросхема (ИМС) или микроэлектромеханическая схема (МЭМС) представляют собой монокристаллический полупроводниковый кристалл (монокристалл) – чип, в котором создана соответствующая электрической схеме гетерогенная топология (структура) полупроводников n – и p – типа, диэлектриков (p – n переход) и металлических проводников (межсоединений). С энергетической точки зрения эта структура представляет собой череду потенциальных барьеров и «ям», которые определяют энергетический спектр электронов проводимости и следовательно, работу и функции самого устройства. В случае нанобарьеров и наноям электроны проводимости проявляют волновые (квантовые) свойства, что влечет проявление необычных с позиций классической электродинамики эффектов. Теоретический расчет этих эффектов позволяет получить решение уравнения Шрёдингера при соответствующих граничных условиях. Ниже даны примеры таких решений, приводящие к результатам интересным для твердотельной наноэлектроники (туннельный эффект, интерференционные эффекты, осцилляции коэффициентов прохождения и отражения, размерные эффекты и т.п.).

6.3.1. Рассеяние электронов потенциальной ступенькой

Простейшим примером потенциальной ступеньки является граница проводника (металла) с вакуумом (газом). В этом случае высота ступеньки – работа выхода электрона из металла.

Применение теории уравнения Шрёдингера позволяет рассмотреть более общий случай, в частности когда энергия электронов в металле изменяется от нуля до бесконечности. Рассмотрим одномерную прямоугольную потенциальную ступеньку бесконечной ширины (рис. 6.2).

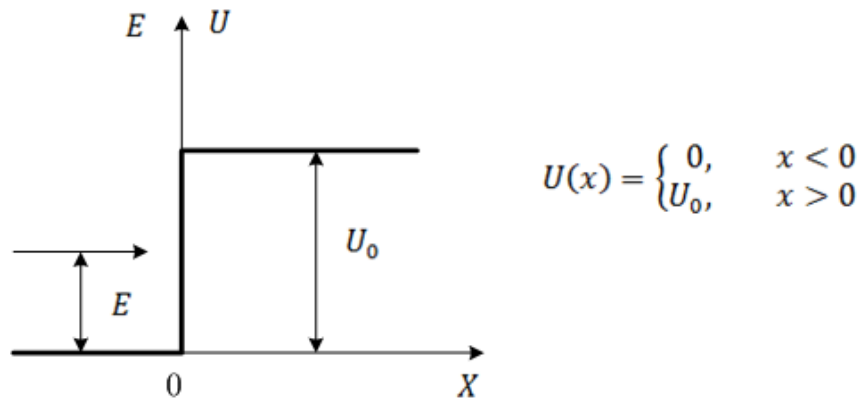


Рис. 6.2. Схема потенциальной ступеньки

Поток электронов падает в направлении x перпендикулярно ступеньки энергия которого электрона E . Для исследования поведения электронов на ступеньке применим стационарное уравнение Шрёдингера:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi}{dx^2} + (U-E)\Psi = 0.$$

Рассмотрим общее решение этого уравнения отдельно для двух областей: $x < 0$ (условно область 1) и $x > 0$ область 2. В области 1 потенциальная энергия равна нулю и уравнение Шрёдингера описывает движение свободной частицы. Его общее решение – суперпозиция двух волн Де Бройля: падающей и отраженной:

$$\psi_1(x) = a_1 e^{ik_1 x} + b_1 e^{-ik_1 x},$$

где k_1 – волновое число, связанное с энергией законом дисперсии:

$$E = \frac{\hbar^2 k_1^2}{2m},$$

откуда

$$k_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar};$$

a_1, b_1 – амплитуды падающей и отраженной волны Де Бройля.

Очевидно, что отражение может происходить только от потенциальной ступеньки, как неоднородности.

В области 2 ($x > 0$) исходное уравнение Шрёдингера принимает вид:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2\Psi_2}{dx^2} + (U_0-E)\Psi_2 = 0.$$

Общее решение этого уравнения имеет вид аналогичный области 1 в случае, когда $E > U_0$

$$\psi_2(x) = a_2 e^{ik_2 x} + b_2 e^{-ik_2 x},$$

где

$$k_2 = \frac{\sqrt{2m(E-U_0)}}{\hbar};$$

Поскольку по условию задачи в области 2 неоднородности потенциала ступеньки отсутствуют, отраженной волной можно пренебречь т.е.

$$b_2 = 0.$$

Заметим, что в случае $E > U_0$ классическая частица пройдет ступеньку без изменения энергии и тем более отражения. С квантовой частицей (электроном) дело обстоит не так просто. Волновые процессы протекают иначе, чем классические корпускулярные. Чтобы это показать, вычислим коэффициенты отражения и пропускания электронов рассматриваемой ступенькой.

По определению коэффициент отражения:

$$R = \frac{j_1^-}{j_1^+}, \quad (6.21)$$

где j_1^- , j_1^+ величины плотности потока вероятности, отраженной и падающей волн, являющиеся квантовым аналогом величины классического потока частиц.

Коэффициент пропускания:

$$D = \frac{j_2^+}{j_1^+}. \quad (6.22)$$

В курсе квантовой механики выводятся выражения для плотности потока вероятности [5]:

$$j = \frac{i\hbar}{2m} \left(\Psi \cdot \frac{d\Psi^*}{dx} - \Psi^* \frac{d\Psi}{dx} \right), \quad (6.23)$$

где Ψ – волновая функция решения уравнения Шрёдингера, а Ψ^* – комплексно сопряженная ей функция.

Подставляя значения волновых функций и их производных:

$\Psi_1'(x)$, $\Psi_2(x)$, $\frac{d\Psi_1}{d\chi}$, $\frac{d\Psi_2}{d\chi}$, $\Psi_1^*(x)$, $\Psi_2^*(x)$, $\frac{d\Psi_1^*}{dx}$, $\frac{d\Psi_2^*}{dx}$, в (6.23), вычислим соответствующие потоки. Несложные вычисления приводят к следующим формулам:

$$j_1^+ = \frac{\hbar}{m} K_1 a_1^2$$

$$j_1^- = \frac{\hbar}{m} K_1 b_1^2$$

$$j_2^+ = \frac{\hbar}{m} K_2 a_2^2.$$

С учетом (6.21) и (6.22) для соответствующих коэффициентов получаем:

$$D = \frac{K_2 a_2^2}{K_1 a_1^2}, \quad (6.24)$$

$$R = \frac{b_1^2}{a_1^2}. \quad (6.25)$$

Из полученных формул видно, что если выразить амплитуды a_2 и b_1 через a_1 , то получится численное выражение для коэффициентов. Воспользуемся условием непрерывности волновой функции на границе областей ($x=0$) и условием сохранения потока частиц (вероятности) на этой границе. Из этих условий получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} a_2 = a_1 - b_1 \\ K_1 a_1^2 = (a_1 - b_1)^2 K_2 + K_1 b_1^2. \end{cases}$$

Решение системы дает

$$a_2 = \frac{2K_1 a_1}{K_1 + K_2}; \quad b_1 = a_1 \frac{K_1 - K_2}{K_1 + K_2}.$$

Подставляя выражения a_2 и b_1 в (6.24) и (6.25), получаем для коэффициентов отражения и пропускания:

$$R = \frac{(K_1 - K_2)^2}{(K_1 + K_2)^2}; \quad D = \frac{4K_1 K_2}{(K_1 + K_2)^2}.$$

Если ввести обозначение $\frac{E}{U_0} \cong \alpha$, то можно получить:

$$R = (\sqrt{\alpha} - \sqrt{\alpha-1})^4 \quad (6.26)$$

$$D = \frac{4}{\left(\frac{\alpha}{\alpha-1}\right)^{1/2} + \left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^{1/2} + 2}, \text{ при } \alpha > 1.$$

Подставляя значения α_2 , для плотности потока в области $x > 0$ получим:

$$j_2^+ = \frac{4 \hbar K_2 K_1^2 a_1^2}{m(K_1 + K_2)^2}. \quad (6.27)$$

Из формулы (6.26), (6.27) видно, что прохождение и отражение квантовых частиц на потенциальной ступеньке существенно отличается от классических частиц. В частности, при любых $E > U_0$ имеет место отражение потока и в области 1 ($x < 0$) всегда присутствует встречный поток отраженных частиц. Причем при $E = U_0$, $R = 1$ то есть отражение будет полным. Коэффициент прохождения при этом равен нулю. Во всех других случаях $R + D = 1$,

Теперь рассмотрим вариант, когда $E < U_0$. Решение уравнения Шрёдингера существенно меняется, так как волновое число K_2 становится мнимым, что приводит к монотонному затуханию одной волновой функции решения и монотонному возрастанию другой. Общее решение можно записать:

$$\Psi_2(x) = C_1 e^{\beta x} + C_2 e^{-\beta x}, \quad (6.28)$$

где $\beta \cong \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$.

Из условия конечности волновой функции задачи, необходимо в (6.28) принять $C_1 = 0$ при $x > 0$, в противном случае решение для волновой функции теряет физический смысл. Таким образом для $E < U_0$ вид решения в области 2:

$$\Psi_2(x) = C_2 e^{-\beta x}, \text{ где } x > 0.$$

Далее используем условие непрерывности волновой функции и её первой производной на границы области 1 и 2:

$$\begin{cases} a_1 + b_1 = C_2 \\ iK_1(a_1 - b_1) = -\beta C_2. \end{cases}$$

Решая систему относительно b_1 и C_2 , получим:

$$b_1 = \frac{\alpha_1(K_1 - i\beta)}{(K_1 + i\beta)}; C_2 = \frac{2K_1 \alpha_1}{(K_1 + i\beta)}$$

Коэффициент отражения (см. формулу (6.21)):

$$R = \frac{b_1^2}{a_1^2} = \left(\frac{K_1 - i\beta}{K_1 + i\beta} \right)^2 = 1.$$

Таким образом при $E < U_0$ все частицы отражаются и в стационарном состоянии поток частиц в области 2 отсутствуют. Несмотря на это какая-то концентрация электронов в области 2 присутствует, так как квадрат волновой функции $\Psi_2^2 > 0$. Другими словами, часть частиц проникает в область 2 и возвращается назад, что делает результирующий поток равным нулю.

Это явление получило название туннелирование, оно имеет место только для квантовых частиц. В твердотельной электронике оно давно нашло практическое применение в виде туннельных диодов, имеющих уникальную вольтамперную характеристику с участком отрицательного сопротивления. Известно также явление полевой (автоэлектронной) эмиссии электронов из катодов[5].

6.3.2. Туннелирование через потенциальный барьер

Рассмотрим задачу (аналогичную предыдущей) с одномерным прямоугольным симметричным потенциальным барьером (рис. 6.3), шириной d .

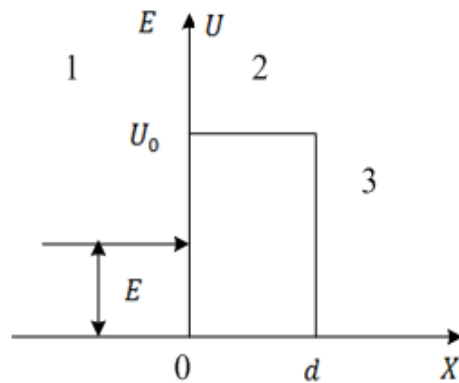


Рис. 6.3. Одномерный прямоугольный симметричный потенциальный барьер ($E < U_0$)

Используя результаты решения предыдущего параграфа, можно записать решения стационарного уравнения Шрёдингера сразу для областей 1, 2 и 3 (см. рис. 6.3):

$$\Psi_1 = a_1 C^{iK_1 x} + b_1 e^{-K_1 x}, \quad x < 0$$

$$\Psi_2 = a_2 e^{\beta x} + b_2 e^{-\beta x}, \quad 0 < x < d$$

$$\Psi_2 = a_3 C^{iK_3 x} \quad d < x,$$

$$\text{где } K_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}, \beta = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}, K_3 = K_1 = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}.$$

При записи решений уравнения Шрёдингера считается, что в области 3 отсутствуют источники электронов, они могут проникать только путем туннелирования из области 1. Отметим также, что в решении для области 2 присутствуют два слагаемых (в отличие от решения предыдущей задачи) поскольку условие конечности волновой функции не нарушается.

Используя условия непрерывности волновой функции и её первой производной на границе $x = 0$ получим систему уравнений;

$$\begin{cases} a_1 + b_1 = a_2 + b_2 \\ iK_1(a_1 - b_1) = \beta(a_2 + b_2) \end{cases}'$$

То же самое на границе $x = d$:

$$\begin{cases} a_2 e^{\beta d} + b_2 e^{-\beta d} = a_3 e^{iK_1 d} \\ \beta(a_2 e^{\beta d} - b_2 e^{-\beta d}) = iK_1 a_3 e^{iK_1 d} \end{cases}.$$

Вычисляя амплитудные значения волновых функций необходимые для расчета коэффициентов прохождения D и отражения R (см. 6.3.1), определяем эти коэффициенты:

$$D = \left[1 + \frac{\text{sh}^2(\beta d)}{4\alpha(1-\alpha)} \right]^{-1},$$

$$R = \left[1 + \frac{4\alpha(1-\alpha)}{\text{sh}^2(\beta d)} \right]^{-1},$$

$$\text{где } \alpha = \frac{E}{U_0}; \beta = \frac{2m\sqrt{U_0 - E}}{\hbar}; \text{sh}(\beta d) = \frac{e^{\beta d} - e^{-\beta d}}{2}.$$

Для микро- и нанoeлектроники ширина барьера $d \lesssim 10^{-6} \text{m}$, $\beta \gtrsim 1$, следовательно $e^{-\beta d} \approx e^{\beta d} \approx 1$. Тогда коэффициент прозрачности барьера можно предоставить более удобной формулой:

$$D \approx D_0 e^{-\frac{2d}{\hbar} \sqrt{2m(\vartheta-E)}} \quad (E < U_0), \quad (6.29)$$

где D_0 – имеет смысл коэффициента пропускания при ширине барьера, стремящейся к нулю, он имеет значение близкое к единице.

Из формулы (6.29) видно, что коэффициент пропускания барьера определяется его высотой (U_0) и шириной (d). В твердых телах под m надо понимать эффективную массу электрона (m_e), которая обычно в полупроводниках существенно меньше массы свободного электрона, или эффективную массу плотности состояния m_{de} для многодолиных полупроводников, в кремнии эффективная масса плотности состояний примерно равна массе свободного электрона. Полагая $E = 0,026$ эВ, $U_0 \approx 1$ эВ можно оценить ширину барьера d при которой коэффициент прозрачности составит заметную величину, например 1%. Вычисления дают $d \approx 5$ нм. Минимальный технологический размер (МТР) элементов полевого нанотранзистора сегодня лишь приближается к 10 нм. (в средствах информации сообщается о 7 нм). С другой стороны, есть прогноз, что кремневая технология может достигнуть МТР 6 нм. В этом случае уже возможны существенные утечки за счет туннелирования сквозь барьеры.

В случае барьера более сложной, чем прямоугольная, формы $U(x)$ его можно представить как последовательность дифференциально тонких прямоугольных барьеров и тогда формула (6.29) сведется к виду:

$$D = D_0 \exp \left\{ -\frac{2d}{\hbar} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m[U(x) - E]} dx \right\}. \quad (6.30)$$

6.3.3. Осцилляции при надбарьерном движении

Изменим условие задачи в предыдущем параграфе предположив, что $E > U_0$. То есть электроны совершают надбарьерное движение. В этом случае решение в области 2 измениться и будет иметь вид:

$$\Psi_2 = \alpha_2 e^{ik_2 x} + b_2 e^{-ik_2 x} \quad 0 < x < d,$$

где $k_2 = \frac{\sqrt{2m(E-U_0)}}{\hbar}$.

В остальном решение задачи аналогично. Но поскольку показатели экспонент функции Ψ_2 – мнимые, в формуле для коэффициента прохождения вместо гиперболического синуса будет обычный синус:

$$D = \left[1 + \frac{U_0^2}{4E(E-U_0)} \sin^2(k_2 d) \right]^{-1}.$$

Из формулы видно, что при изменении энергии пролетающих над барьером электронов (E), коэффициент D будет осциллировать, при постоянном потоке падающих на барьер электронов. Также как и туннельный эффект, это типично квантовое явление. Физической причиной его является волновая природа электронов и интерференция волн Де Бройля.

Условие максимального (резонансного) коэффициента прохождения ($D=1$):

$$\sin^2(k_2 d) = 0$$

или $k_2 n d = n\pi$ ($n=1,2,\dots$).

С учетом выражения для K_2 можно получить:

$$E_{2,n} = (E - U_0) = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} n^2. \quad (6.31)$$

Минимальное значение коэффициента прохождения получится при условии:

$$\sin^2(k_2 d) = 1.$$

Для этого энергия должна быть:

$$E'_{2,n} = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \quad (n=1,2,\dots),$$

а минимальное значение коэффициента прохождения:

$$D_{min} = \left[1 + \frac{U_0^2}{4E'_{2,n} + (U_0 + E'_{2,n})} \right]^{-1}.$$

С уменьшением ширины барьера и с ростом энергии (n) D_{min} быстро возрастает и осцилляции становятся менее выраженными. Увеличение высоты барьера U_0 приводит к уменьшению D_{min} и как следствие увеличению осцилляций.

6.3.4. Электрон в потенциальной яме

В целях математических упрощений решения задачи рассмотрим прямоугольную одномерную яму (рис. 6.4).

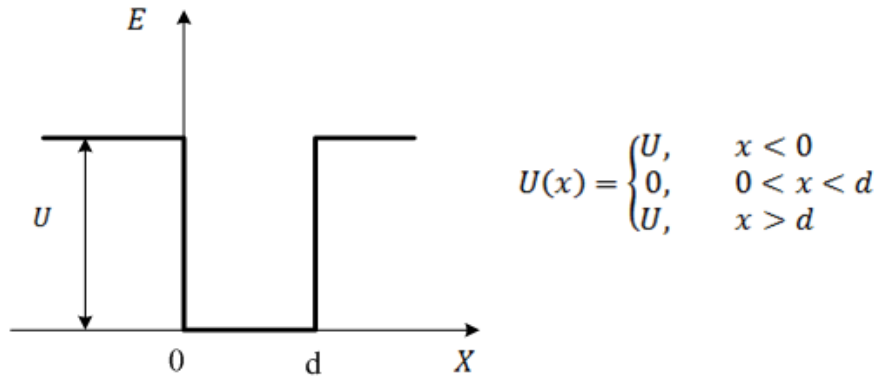


Рис. 6.4. Одномерная прямоугольная потенциальная яма

Стационарное одномерное уравнение Шрёдингера для электрона в яме ($U = 0$) имеет вид:

$$\frac{d^2\Psi_2}{dx^2} + k^2\Psi_2 = 0, \quad (6.32)$$

где $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$.

Решение уравнения (6.32) гармоническая волна:

$$\Psi_2 = \alpha \sin(kx - \delta).$$

Считая яму глубокой, можно принять граничные условия:

$$\Psi_2(0) \simeq \Psi_2(d) \simeq 0.$$

Отсюда получаем $\delta = 0$ и $kd = n\pi$ ($n = 1, 2, 3, \dots$), $n = 0$ исключаем как тривиальное решение. Таким образом волновое число принимает дискретный спектр значений. Следовательно полная энергия электрона в потенциальной яме также квантуется:

$$E_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2md^2} n^2. \quad (6.33)$$

Амплитудные значения волновой функции найдем из условия нормировки:

$$\int_0^d \Psi_2^2 dx = 1,$$

откуда

$$\alpha = \sqrt{\frac{2}{d}}.$$

Следовательно нормированное решение:

$$\Psi_{2n} = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi n}{a} x. \quad (6.34)$$

Вид первых двух волновых функций: основное состояние ($n=1$) и первое возбужденное ($n = 2$) приведена на рис. 6.5. Последующие волновые функции будут иметь 2,3 и т.д. нулевых значения (узлов) в пределах потенциальной ямы.

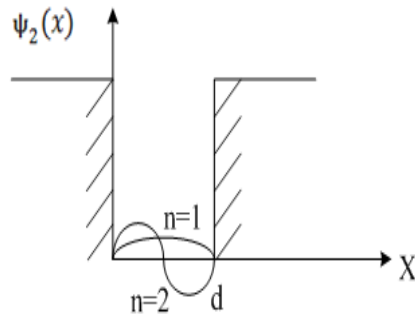


Рис. 6.5. Вид первых двух волновых функций электрона в пределах одномерной глубокой потенциальной ямы

Определим распределения плотности вероятности обнаружения электрона в различных частях ямы:

$$d u = \Psi_2^2 d x \text{ или } \frac{d u}{d x} = \Psi_2^2 = \alpha^2 \sin^2 \frac{n\pi x}{a}.$$

Видно, что максимум плотности вероятности для основного состояния ($n = 1$) приходится на $x = \frac{a}{2}$ для следующего состояния ($n = 2$) – на $x = \frac{a}{4}$ и $x = \frac{3}{4} a$ и т.д. При больших n число максимумов становится настолько большим, что энергетический спектр становится квазинепрерывным а плотность вероятности обнаружения частицы на расстоянии от 0 до d – одинаковой. Это есть одно из подтверждений выполнения принципа соответствия в квантовой механике.

Результаты, описанные в данном параграфе, находят применение в электронике тонкопленочных структур. При этом одномерная потенциальная яма представляет собой одно из сечений пленки металла или полупроводника, находящейся между двумя диэлектриками.

VII. ПРОВОДНИКИ ПОНИЖЕННОЙ РАЗМЕРНОСТИ

Уменьшение размеров элементов интегральных структур микроэлектроники – доминирующая тенденция современной микро- и наноэлектроники.

Несмотря на существенные технологические проблемы, возникающие при освоении более мелких размеров элементов, до сих пор довольно хорошо выполняется закон Г. Мура. Применяются законы масштабирования в кремневой технологии. При этом минимальный технологический размер элементов полевого транзистора примерно с 2004 года перешагнул границу наноразмеров – 100 нм и в настоящее время составляет < 13 нм. При этом всё большее количество элементов наноструктур следует рассматривать как структуры пониженной размерности. Их классифицируют как 2D – двумерные структуры, 1D – одномерные структуры, (квантовые проволоки) и 0D – нульмерные (квантовые точки).

Электронные и другие свойства таких структур имеют ряд особенностей, которые и будут кратко рассмотрены в данном разделе.

7.1. ОСОБЕННОСТИ КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЙ В 2D-СТРУКТУРАХ

Из общей теории физики твердого тела известно, что в случае изотропного параболического закона дисперсии плотность квантовых состояний в зоне проводимости определяется выражением [1]:

$$g(E) = 2\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2},$$

где E_c – уровень дна зоны проводимости, $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*}$.

Аналогичное выражение определяет и плотность состояний в валентной зоне для дырок:

$$g(E) = 2\pi \left(\frac{2m_e^*}{h^2}\right)^{3/2} (E - E_c)^{1/2}$$

Волновой вектор \vec{k} – имеет три проекции в пространстве квазиимпульсов.

$$|\vec{k}| = \sqrt{k_z^2 + k_y^2 + k_x^2}.$$

Рассмотрим квазидвумерную тонкую пленку, ориентированную в плоскости x y перпендикулярно оси z . Будем считать, что движение электронов проводимости в направлении осей x и y будет свободным, как в объемном кристалле с эффективной массой m_e^* , а движение вдоль оси z

будет ограничено размером пленки – d . В этом случае тонкая пленка будет играть роль одномерной прямоугольной потенциальной ямы для электронов проводимости (см. VI).

В результате энергия электрона в направлении z принимает квантовый характер (см. (6.33)) и полную энергию можно записать:

$$E(k_x, k_y, n) = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2) + \frac{\pi\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{n}{d}\right)^2, \quad (7.1)$$

z – компонента волнового вектора принимает дискретные значения:

$$k_z = \frac{\pi}{d} n.$$

На рис. 7.1 приведен энергетический спектр электронов пленке и распределение квантовых состояний в k -пространстве.

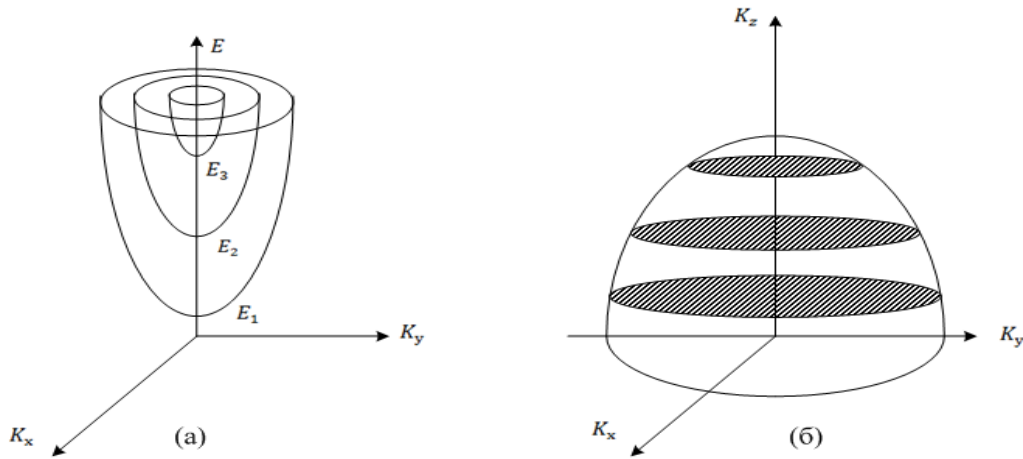


Рис. 7.1. Спектр энергии электронов (а) и состояний в k пространстве (б)

Для подсчета плотности состояний в k – пространстве рассмотрим кольцо шириной $d k$ постоянного для двумерного волнового вектора $\vec{k}_s = \vec{k}_x + \vec{k}_y$. Его площадь:

$$d S = 2 \pi k_s \cdot d k_s, \quad (7.2)$$

где $k_s = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$.

Из формулы (7.1) выражаем k_s через энергию:

$$k_s^2 = \frac{2m^*}{\hbar^2} (E - E_n). \quad (7.3)$$

С другой стороны, число электронных состояний в кольце, рассчитанное на единицу объема кристалла.

$$dN = \frac{2dS}{s_1 d},$$

где $s_1 = (2\pi)^2$ площадь в плоскости $K_x K_y$ соответствуют одному состоянию.

Тогда число электронных состояний в кольце плоскости $k_x k_y$ на единицу объема кристалла:

$$dN = \frac{2k_s \cdot dk_s}{(2\pi)} = \frac{dk_s^2}{2\pi d}.$$

Плотность состояний в пленке:

$$g_n(E) = \frac{\sum dN}{dE} = \frac{m^*}{\pi d \hbar^2} \sum_n \theta(E - E_n), \quad (7.4)$$

где $\theta(E - E_n)$ – единичная функция Хевисайда, она равна 1 при $E - E_n \geq 0$ и 0 при $E - E_n < 0$.

Суммирование ведется по числу подзон, нижний уровень которых $< E$.

Скачек плотности состояний происходит при достижении энергии E очередной подзоны.

Поскольку изменение энергии зависит квадратично от n , энергетические интервал постоянной плотности возрастают с номером n рис. 7.2а. Зависимость плотности состояний от толщины пленки в пределах одной подзоны гиперболическая. При $d \rightarrow \infty$ она стремится к плотности состояний объемного образца рис. 7.2б.

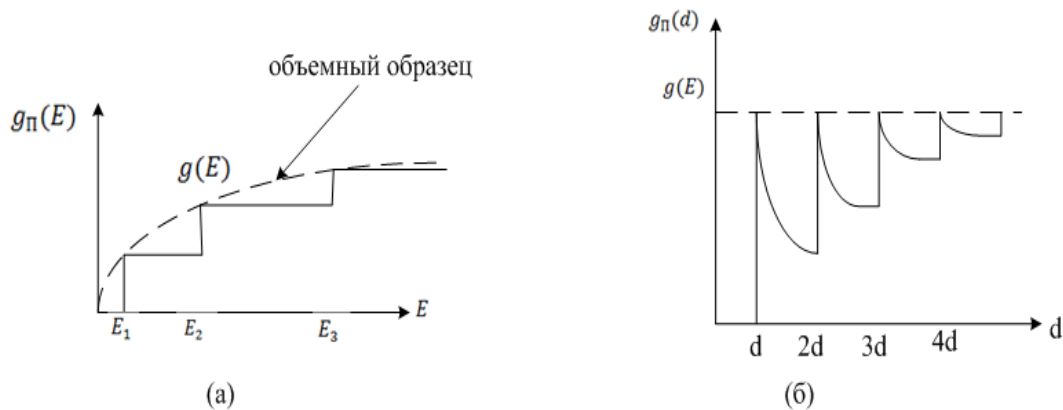


Рис. 7.2. Зависимость плотности состояний в тонкой пленке $g(E)$ от энергии (а) и от толщины пленки (б). Пунктиром показана плотность состояний в объемном (изотропном) образце $g(E)$

7.2. КОНЦЕНТРАЦИЯ ЭЛЕКТРОНОВ ПРОВОДИМОСТИ В 2D-ПРОВОДНИКАХ

Особенности функции плотности электронных состояний, рассмотренные выше, обуславливают особенности в поведении уровня химического потенциала и концентрации электронов проводимости в 2D – проводниках.

Для расчета концентрации применим основную формулу статистической теории [1.2]:

$$n = 2 \int_{E_c}^{\infty} g(E) f(E, T) dE,$$

где $g(E)$ – плотность состояний $f(E, T)$ равновесная функция распределения Ферми-Дирака.

Используя формулу (7.4), для плотности состояний в 2D-проводнике и равновесную функцию распределения Ферми-Дирака для концентрации электронов в пленке, после интегрирования получим:

$$n_{\Pi} = N_{2D} e^{\frac{\mu}{kT}} \sum_n \exp\left(-\frac{E_n}{kT}\right), \quad (7.5)$$

где n – число подзон в пленке, $N_{2D} = \frac{m^* kT}{\pi \hbar^2 d}$ – эффективная плотность состояний.

Видно, что в формуле для концентрации электронов в 2D проводниках (полупроводниках), в отличие от объемного проводника, присутствует гиперболическая зависимость от толщины пленки. Для нанопленок возможно заполнение лишь первой (нижней) подзоны, тогда (7.5) принимает привычный вид:

$$n_{\Pi} = N_{2D} \exp\left(\frac{\mu - E_1}{kT}\right),$$

где $E_1 = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m^* d^2}$.

Экспериментальные зависимости, полученные для большого количества пленочных материалов, подтверждают гиперболическую зависимость ρ_{\square} от толщины пленки.

7.3. ПЛОТНОСТЬ СОСТОЯНИЙ В 1D- И 0D-СТРУКТУРАХ

В структурах 1D движения электронов проводимости, ограничено по двум направлениям (например z и y) и свободно в третьем (x). Примером таких структур может служить микрополосковые линии в микроэлектронике, нитевидные кристаллы и т.п. По аналогии с

двухмерными структурами (см. (7.1)) энергетический спектр электронов проводимости можно записать в виде:

$$E(n, m, k_x) = \frac{\hbar^2}{2m^*} k_x^2 + \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi^2}{b^2} m^2 + \frac{\pi^2}{d^2} n^2 \right), \quad (7.6)$$

где m и n – квантовые числа 1, 2, 3..., определяющие подзоны в спектре энергии; b, d – размеры проводника в направлении z и y $b, d \ll$ размера по направлению.

Из (7.6) видно, что энергетический спектр 1D проводника разбивается на отдельные перекрывающиеся одномерные параболы.

Расчеты плотности состояний дают формулу аналогичную (7.5) по квантовым числам m и n , и зависимости $(\sqrt{E - E_{nm}})^{-1}$:

$$g_{1D}(E) = \frac{(2m^*)^{1/2}}{\pi \hbar d \cdot b} \sum_m \sum_n \frac{\theta(E - E_{n,m})}{\sqrt{E - E_{n,m}}}. \quad (7.7)$$

Видно, что при $E = E_{n,m}$ плотность состояний уходит в бесконечность. Реально, конечно, число разрешенных состояний всегда конечно.

Из формулы (7.7) также видно, что в случае $d = b$ все подзоны числами $n \neq m$ дважды вырождены.

Трехмерное ограничение приводит к модели 0D-структуры (квантовая точка). В таких объектах энергетический спектр представляет собой набор дискретных разрешенных состояний, определяемых тремя наборами квантовых чисел n, m и l :

$$E(n, m, l) = \frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\frac{\pi^2}{a^2} l^2 + \frac{\pi^2}{b^2} m^2 + \frac{\pi^2}{d^2} n^2 \right).$$

Число состояний, для одного набора квантовых чисел l, m, n , рассчитанное на единицу объема материала $\frac{2}{a \cdot b \cdot d}$ С учетом вырождения полное число состояний, имеющих одинаковую энергию:

$$N = \frac{2}{a \cdot b \cdot d} \cdot g,$$

где g – фактор выражения энергетического уровня. В случае симметричной квантовой точки: $d = b = a$ уровни будут трехкратно выражены, если два квантовых числа равны между собой и не равны третьему. Если $n \neq m \neq l$ – фактор вырождения равен 6.

7.4. РАЗМЕРНЫЕ ЭФФЕКТЫ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ТОНКИХ ПЛЕНОК

Выше по тексту часто использовалось понятие «тонкая пленка». Уточним этот термин с позиции физики электропроводности. Согласно модели свободных электронов, удельная электропроводимость изотропного образца в простейшем случае одного типа носителей (электронов проводимости): $\sigma = eu_e n$. Считая равновесную концентрацию электронов неизменной для данного материала, можно утверждать что величина σ определяется подвижностью, величина которой в свою очередь определяется дрейфовой скоростью в единичном внешнем электрическом поле. Под внешним понимается макроскопическое поле внутри образца, вызывающее дрейф электронов. В твердых проводниках существует и внутреннее, микроскопическое поле, создаваемое ионами кристаллической структуры или легирующей примеси. Величины и направление этого поля рассчитать практически невозможно, поэтому его действие относится к процессам рассеяния. Это случайные процессы взаимодействия электронов проводимости с кристаллической структурой, имеющие сложную и различную природу и приводящие к резкому изменению импульса дрейфующего электрона. Характер процессов рассеяния определяется видом межатомной связи в атомной структуре (ионная, металлическая и т.д.), спектром колебаний атомов (ионов) кристаллической структуры, температурой образца (дефектами кристаллической структуры и т.д.).

Изучением этих процессов занимается теория электронных кинетических явлений (явлений переноса).

Среднее расстояние, проходимое электроном проводимости между двумя соседними рассеяниями, называется средней длиной свободного пробега электрона проводимости ℓ . Величина ℓ пропорциональна дрейфовой скорости, а значит и подвижности, то есть $\sigma \sim \ell$. Величина ℓ может служить сравнительной относительно толщины пленки (d). Если $d < \ell$, то поверхность пленки будет давать дополнительный вклад в процессы рассеяния и следовательно, уменьшать среднюю длину свободного пробега, а значит и удельную электропроводимость. Такой эффект действительно наблюдается в эксперименте и носит название: классический размерный эффект электросопротивления (в эксперименте обычно измеряют электросопротивление). Строго говоря, тонкими следует считать пленки, в которых начинает проявляться размерный эффект электросопротивления. Возникает вопрос: какова их реальная толщина? Ответ можно дать лишь оценочный и далеко не во всех случаях. Дело в том, что средняя длина пробега – модельный микроскопический параметр и оценивается с большой погрешностью. Кроме того, качество пленки (кристаллическая структура, химический состав материала, наличие дефектов, напряжений и т.д.) сильно влияет на

величину ℓ . Оценки для металлических пленок дают $\ell \sim 1 \div 10^2$ нм при низких температурах. Рекордсменом считается висмут (Bi) в котором ℓ может приблизиться к 1 мкм.

В очень тонких пленках помимо классического размерного эффекта может иметь место квантовый размерный эффект (иногда называемого размерным квантованием). Для этого необходимое условие $\lambda_D > d$, где λ_D – длина волны де Бройля электрона проводимости:

$$\lambda_D = \frac{h}{\sqrt{2mE}}.$$

Экспериментальное наблюдение квантового размерного эффекта затруднено рядом условий, предъявляемых как к самой пленке (однородность по толщине, идеальность структуры так и к процессу измерения (низкий уровень шумов). Тем не менее в научных журналах есть экспериментальные данные, подтверждающие косвенно наблюдение этого эффекта. Теория квантового размерного эффекта разработана достаточно подробно.

Размерные эффекты электросопротивления имеют и практическое значение, например, при проектировании многоуровневых интегральных микросхем микропроцессов и других устройств, в которых требуется точный расчет тепловыделения в чипе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Киреев П.С. Физика полупроводников / П.С. Киреев. – М.: Высшая школа, 1969. – 590 с.
2. Бонч-Бруевич В.А. Физика полупроводников / В.А. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников – М.: Наука, 1977. – 672 с.
3. Горбачев В.В. Физика полупроводников металлов / В.В. Горбачев, Л.Г. Спицина. – М.: Металлургия, 1982.– 434 с.
4. Аскеров Б.М. Электронные явления переноса в полупроводниках / Б.М. Аскеров. – М.: Наука 1985. – 380 с.
5. Блохинцев Д.И. Основы квантовой механики / Д.И. Блохинцев. – М.: Наука 1976.– 604 с.
6. Драгунов В.П. Основы наноэлектроники / В.П. Драгунов, И.Г. Неизвестный, В.Л. Гридчин. – Новосибирск.: Изд.-во НГТУ, 2000. – 332 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
I. Проводники	5
1.1. Электрон с позиции классической теории электродинамики.....	5
1.2. Теория электропроводности Друде–Лоренца.....	7
1.3. Электропроводность на переменном токе	10
1.4. Токи Фуко и скин-эффект в проводниках.....	12
1.5. Электрон в электрическом и магнитном полях. Эффект Холла. Магнитосопротивление	13
1.6. Теория электропроводности металлов Зоммерфельда	16
1.6.1. Свойства функции распределения Ферми–Дирака	18
1.6.2. Поверхность Ферми в металлах	20
1.6.3. Плотность электронных энергетических уровней в металлах	21
II. Статистика электронов и дырок в полупроводниках	24
2.1. Вычисление концентрации электронов и дырок в полупроводнике.....	24
2.2. Собственный полупроводник. Уравнение электронейтральности .	25
2.3. Примесный полупроводник.....	27
2.4. Температурная зависимость электропроводности примесного полупроводника.....	29
2.5. Компенсированные полупроводники	31
III. Неравновесные носители тока в полупроводниках	33
3.1. Время жизни неравновесных носителей	34
3.2. Механизмы рекомбинации	34
IV. Электрические токи в полупроводниках	
4.1. Диффузионный и дрейфовый токи	38
4.2. Соотношение Эйнштейна	39
4.3. Физические основы p–n перехода.....	40
4.4. Электронные контактные явления.....	43
4.4.1. Контакт двух металлов	44
4.4.2. Контакт металл-полупроводник.....	45
4.5. Физические основы работы биполярного транзистора	46
4.6. Физические основы работы полевого транзистора.....	52
4.7. МНОП и ЛИЗМОП полевые транзисторы.....	55
V. Физические основы функциональной электроники	57
5.1. Оптоэлектроника	58
5.1.1. Эффект Дембера.....	59

5.1.2. Вентильный эффект	59
5.1.3. Лавинное умножение носителей заряда в фотодиодах.....	60
5.2. Физические основы акустоэлектроники	61
5.3. Функциональная диэлектрическая электроника	63
5.4. Функциональные устройства на эффекте Ганна	65
5.5. Приборы с зарядовой связью	68
5.6. Квазичастицы и динамические неоднородности в твердых телах..	69
VI. Основы теории электронных кинетических эффектов в твердых	
телах	71
6.1. Основы термодинамики неравновесных процессов	71
6.2. Кинетические уравнения Больцмана	75
6.2.1. Приближение времени релаксации	77
6.2.2. Плотность электрического тока	79
6.3. Применение уравнения Шрёдингера для расчета электронных	
кинетических эффектов в наноструктурах	82
6.3.1. Рассеянии электронов потенциальной ступенькой	82
6.3.2. Туннелирование через потенциальный барьер	87
6.3.3. Осцилляции при надбарьерном движении	89
6.3.4. Электрон в потенциальной яме	90
VII. Проводники пониженной размерности.....	93
7.1. Особенности квантовых состояний 2D-структурах.....	93
7.2. Концентрация электронов проводимости в 2D-проводниках.....	96
7.3. Плотность состояний в 1D- и 0D-структурах.....	96
7.4. Размерные эффекты электропроводности тонких пленок	98
Библиографический список	100

Учебное издание

Березин Владимир Михайлович

**ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТВЕРДОТЕЛЬНОЙ
ЭЛЕКТРОНИКИ И НАНОЭЛЕКТРОНИКИ**

Учебное пособие

Техн. редактор *А.В. Миних*

Издательский центр Южно-Уральского государственного университета

Подписано в печать 22.10.2019. Формат 60×84 1/16. Печать цифровая.
Усл. печ. л. 6,28. Тираж 30 экз. Заказ 416/91.

Отпечатано в типографии Издательского центра ЮУрГУ.
454080, г. Челябинск, проспект Ленина, 76.