

Методические указания для освоения дисциплины

Для выработки умения дать правильную формулировку поставленной задачи; обосновать выбор математического аппарата и создать математическую модель изучаемого процесса; навыков разработки и отладки компьютерной реализации математической модели; умения проводить анализ и оценивать адекватность получаемых результатов необходимо шире использовать различные специализированные пакеты для симуляции и математических вычислений, например, MATLAB, Simulink и т.д.

Литература, необходимая для изучения основных численных алгоритмов, применяемых в моделировании, соответствующих пакетов прикладных программ, приведена в конце настоящих указаний.

Ниже приводятся примеры заданий и порядок их выполнения для самостоятельной работы по изучаемым в курсе темам.

Задание № 1

Построение моделей идентификации методом корреляционно-регрессионного анализа

1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1.1. Подготовить протокол наблюдений входных и выходных характеристик определенного объекта, задать требуемую точность моделирования.

1.2. Ввести исходные данные, проверить правильность ввода численных значений входных и выходных переменных (при необходимости откорректировать введенные данные).

1.4. Провести корреляционный анализ, установить от каких входных переменных X_i зависит каждая выходная переменная y_j , указанная в задании.

1.5. Для каждого y_j провести множественный регрессионный анализ для построения математической модели заданной точности. Для этого осуществить последовательный расчет моделей из имеющейся библиотеки моделей и выбрать наиболее точную модель (с наименьшей функцией ошибки) или все модели, точность которых выше заданного значения.

1.6. Получить распечатки результатов корреляционного и регрессионного анализов и оформить результаты в виде отчета.

2. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

2.1. Что понимают под термином «идентификация объекта», в чем заключается отличие структурной идентификации от параметрической идентификации?

2.2. Какую информацию несет в себе коэффициент парной корреляции, в каких пределах он может изменяться?

2.3. Что понимают под «внутренне линейными» моделями? Приведите примеры таких моделей.

2.4. Каким образом осуществляется проверка модели на адекватность по критерию Фишера? Какие ограничения существуют для этого способа проверки?

2.5. Какие действия можно предпринять, если в результате регрессионного анализа не удалось достичь требуемой точности моделирования?

Задание № 2

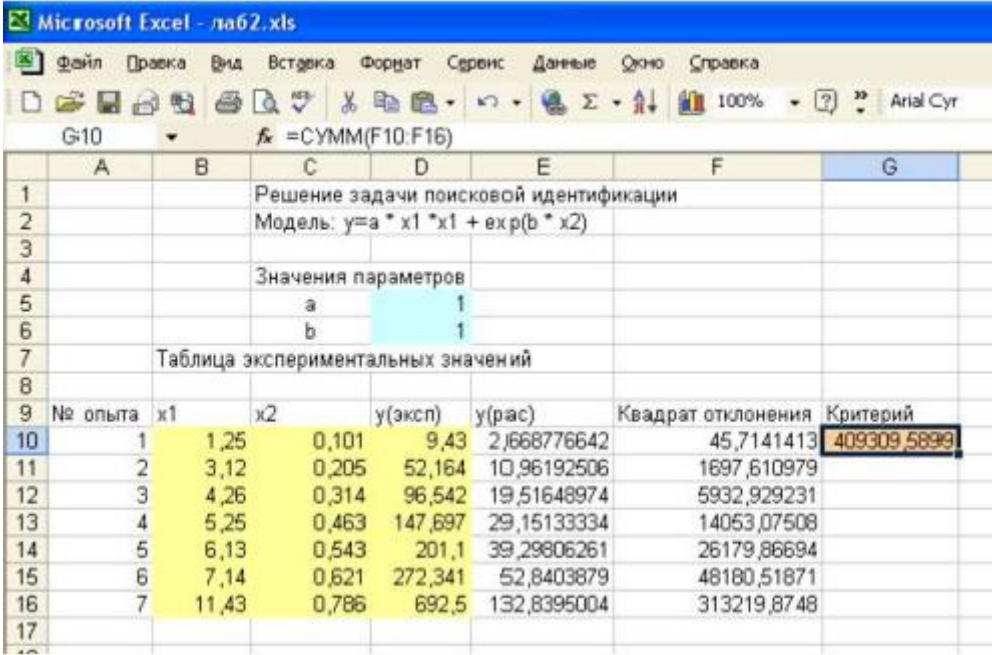
Построение моделей идентификации поисковыми методами

1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1.1. Подготовить протокол наблюдений входных и выходной характеристик некоторого объекта с априорно заданной структурой модели.

1.2. Ввести таблицу экспериментальных значений входных и выходной переменных. В заголовке таблицы привести структуру модели, начальные приближения идентифицируемых параметров, границы поиска, параметры дискретности. Произвести предварительный расчет данных, а именно: теоретических значений выходной переменной (в тех же точках X , где проводились измерения, при начальном приближении идентифицируемых параметров); квадратов отклонений теоретических и экспериментальных значений выходной переменной в каждой точке X ; начального значения функции ошибки (критерия качества - в данной работе за него принимается сумма квадратов отклонений выходной переменной). Выбрать соответствующий метод минимизации функции ошибок и запустить систему на его выполнение.

1.3.1. Ввести (импортировать) данные, например, в MS EXCEL, оформить данные в следующем виде



Microsoft Excel - лаб2.xls							
Файл Правка Вид Вставка Формат Сервис Данные Окно Справка							
G10 fx =СУММ(F10:F16)							
A	B	C	D	E	F	G	
1			Решение задачи поисковой идентификации				
2			Модель: $y = a * x1 * x1 + \exp(b * x2)$				
3			Значения параметров				
4			a	1			
5			b	1			
6			Таблица экспериментальных значений				
7							
8							
9	№ опыта	x1	x2	y(эксп)	y(рас)	Квадрат отклонения	Критерий
10	1	1,25	0,101	9,43	2,668776642	45,7141413	409309,5899
11	2	3,12	0,205	52,164	10,96192506	1697,610979	
12	3	4,26	0,314	96,542	19,51648974	5932,929231	
13	4	5,25	0,463	147,697	29,15133334	14053,07508	
14	5	6,13	0,543	201,1	39,29806261	26179,86694	
15	6	7,14	0,621	272,341	52,8403879	48180,51871	
16	7	11,43	0,786	692,5	132,8395004	313219,8748	
17							

1.3.2. Провести оптимизацию, используя компонент Solver.

1.3.3. По результатам расчетов построить трехмерный график (в MathCad), с экспериментальными и расчетными данными и график зависимости погрешностей ($Y_{\text{эксп}} - Y_{\text{расч}}$) от номера опыта

1.5. Оформить результаты в виде отчета.

2. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

2.1. Какова основная особенность поисковых методов идентификации?

2.2. В каких случаях целесообразно применение поисковых методов идентификации?

2.3. Почему поисковая идентификация называется «поисковой»?

Задание № 3

Исследование качества генераторов случайных чисел

1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1.1. Написать программу (в Mathad или на языке C++) генерации равномерно распределенных случайных чисел смешанным конгруэнтным методом.

1.2. Провести 5-10 раз статистическое исследование случайных чисел на равномерность при различных объемах выборки: малых ($n < 25$); средних ($n \approx 150$); больших ($n > 500$). Построить график функции зависимости относительных погрешностей от объема выборок.

1.3. Выполнить п.1.2 для выборок случайных чисел сформированных в системах Mathad или C++.

1.4. Провести статистическое исследование случайных чисел на независимость при различных объемах выборки: малых ($n < 25$); средних ($n \approx 150$); больших ($n > 500$). Произвести расчет нормированной автокоррелированной функции для интервального сдвига в пределах от 1 до 50. Построить график нормированной автокоррелированной функции в зависимости от интервального сдвига.

1.5. Выполнить п.1.4 для выборок случайных чисел сформированных в системах Mathad или C++.

1.6. Оформить результаты в виде отчета.

2. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

- 2.1. Как можно сгенерировать равномерную случайную величину?
- 2.2. Как рассчитать математическое ожидание выборки случайных величин?
- 2.3. Как рассчитать дисперсию выборки случайных величин?
- 2.4. Как рассчитать среднеквадратическое отклонение выборки случайных величин?
- 2.5. Как проверить выборку случайных величин на равномерность распределения?
- 2.6. Как проверить выборку случайных величин на независимость распределения?
- 2.7. Что показывает график нормированной автокоррелированной функции?

Задание № 5

Моделирование систем массового обслуживания

1. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1.1. Получить у преподавателя вариант задания.

1.2. Написать программу, моделирующую работу системы массового обслуживания (СМО). Для моделирования самостоятельно выбрать разумный интервал времени.

1.3. Определить основные характеристики СМО с помощью имитационной модели.

1.4. Определить основные характеристики СМО аналитически.

1.5. Результаты оформить в виде отчета

Вариант 1

Банк имеет один пункт, где клиенты обслуживаются банковским автоматом, не выходя из автомобиля. Автомобили прибывают в соответствии с распределением Пуассона с интенсивностью 12 автомобилей в час. Время, необходимое для обслуживания клиента банкоматом, распределено по экспоненциальному закону со средним равным 6 минут. Максимальная вместимость полосы обслуживания банкоматом составляет 10 автомобилей.

При заполненной полосе прибывающие клиенты должны искать обслуживание в другом банке. Определить:

- а) Вероятность того, что прибывающий клиент не сможет воспользоваться услугами банковского автомата из-за того, что полоса обслуживания будет заполнена.
- б) Вероятность того, что прибывающий клиент не сможет воспользоваться услугами банковского автомата без ожидания.
- в) Среднее количество автомобилей в полосе обслуживания

Вариант 2

Посетители бильярдного клуба приходят парами для игры в бильярд. Интенсивность прихода клиентов равна 6 парам в час. Однако если число пар в бильярдном клубе превышает 8, интенсивность поступления клиентов уменьшается до 5 пар в час. Предполагается, что входной поток подчиняется распределению Пуассона. Время игры каждой пары является случайной величиной, распределенной по экспоненциальному закону с математическим ожиданием 30 минут. Бильярдный клуб имеет в своем распоряжении 5 бильярдных столов и одновременно может расположить не более 12 пар. Определить:

- а) Вероятность того, что клиенты начнут отказываться от сервиса.
- б) Вероятность того, что все бильярдные столы заняты.
- в) Среднее количество используемых бильярдных столов.
- г) Среднее число пар, ожидающих освобождения бильярдного стола.

Вариант 3

Парикмахерская в любой момент времени может обслужить только одного клиента. Имеется также 3 места для ожидающих клиентов. Это означает, что в парикмахерской одновременно не могут находиться более четырех клиентов. Клиенты приходят в соответствии с распределением Пуассона со средним значением 4 человека в час. Время обслуживания является случайной величиной, распределенной по экспоненциальному закону с математическим ожиданием 15 минут. Определить:

- а) Вероятности установившегося режима.
- б) Ожидаемое число клиентов в парикмахерской.
- в) Вероятность того, что клиент уйдет в поисках другой парикмахерской, поскольку все места заняты.

Вариант 4

Система обслуживания с одним сервисом характеризуется следующими интенсивностями входного и выходного потоков:

$$\lambda_n = 10 - n, n = 0, 1, 2, 3,$$

$$\mu_n = \frac{n}{2} + 5, n = 1, 2, 3, 4,$$

где n – число клиентов в системе.

- а) Построить граф состояний системы и уравнение баланса для данной системы.
- б) Определить вероятности установившегося режима.

Вариант 5

Ресторан быстрого питания имеет один пункт обслуживания, где клиенты обслуживаются, не выходя из автомобиля. Автомобили прибывают в соответствии с распределением Пуассона с интенсивностью 2 клиента за каждые 5 минут. Возле пункта обслуживания может расположиться не более 10 автомашин, включая ту, которая обслуживается. Другие автомашины при необходимости могут ожидать обслуживания за пределами этого пространства. Время, необходимое для обслуживания клиента, распределено по экспоненциальному закону со средним значением 1,5 минуты. Определить:

- а) Вероятность того, что пункт обслуживания свободен.
- б) Среднее число клиентов, ожидающих обслуживания.

- в) Среднее время ожидания клиента до того момента, когда он делает заказ.
- г) Вероятность того, что очередь превысит десятиместное пространство перед пунктом обслуживания.

Вариант 6

Банк имеет один пункт, где клиенты обслуживаются банковским автоматом, не выходя из автомобиля. Клиенты прибывают в соответствии с распределением Пуассона со средним значением 10 клиентов в час. Время обслуживания одного клиента распределено по экспоненциальному закону со средним равным 5 минутам. Напротив пункта обслуживания имеется место для трех автомобилей, включая и тот, что обслуживается. Другие прибывающие автомашины выстраиваются в очередь вне этого пространства. Определить:

- а) Какова вероятность того, что прибывающий автомобиль может занять одно из трех мест возле пункта обслуживания.
- б) Какова вероятность того, что прибывающий автомобиль будет ожидать обслуживания вне зоны для трех автомобилей.
- в) Каково среднее время ожидания прибывающего клиента до того момента, когда его начнут обслуживать.
- г) Сколько мест для автомобилей должно быть возле обслуживающего пункта обслуживания, чтобы прибывающий клиент мог найти там место по крайней мере в 20% случаев.

Вариант 7

Конечная сборка электрических генераторов на электропредприятии проходит в соответствии с распределением Пуассона со средним значением 10 генераторов в час. Затем генераторы с помощью ленточного конвейера транспортируются в отдел технического контроля для испытаний. На конвейере может находиться максимум 7 генераторов. Электронный датчик автоматически останавливает конвейер, как только он заполнен, прекращая таким образом работу сборочного цеха до появления свободного места на конвейере. Время проверки генераторов имеет экспоненциальное распределение со средним значением 15 минут. Определить:

- а) Вероятность того, что сборочный цех прекратит сборку генераторов.
- б) Среднее количество генераторов на конвейере.
- в) Инженер утверждает, что перерывы в работе сборочного цеха можно уменьшить за счет увеличения производительности конвейера до такого уровня, который обеспечивает сборочному цеху возможность работать 95% времени без перерывов. Обосновано ли такое утверждение?

Вариант 8

В кафетерии имеется не более 50 мест. Посетители прибывают в соответствии с пуассоновским распределением с интенсивностью 10 человек в час и обслуживаются (каждый в отдельности) с интенсивностью 12 человек в час. Определить:

- а) Вероятность того, что очередной посетитель не сможет пообедать в кафетерии по причине отсутствия свободных мест.
- б) Предположим, что три посетителя кафетерия (каждый из которых прибывает случайным образом) хотели бы сидеть за одним столиком. Какова вероятность того, что их желание может быть выполнено, в предположении, что всегда есть возможность посадить упомянутых посетителей вместе, если в кафетерии имеется больше трех свободных мест?

Вариант 9

Пациенты прибывают в клинику в соответствии с распределением Пуассона с интенсивностью 20 пациентов в час. В комнате ожидания могут разместиться не более 14 человек. Время осмотра клиентов имеет экспоненциальное распределение со средним значением 8 минут. Определить:

- а) Вероятность того, что очередной пациент не будет ожидать.
- б) Вероятность того, что очередной пациент найдет свободный стул в комнате ожидания.
- в) Среднее время пребывания пациента в клинике.

Вариант 10

Ресторан быстрого питания имеет три кассира. Посетители прибывают в ресторан в соответствии с распределением Пуассона каждые 3 минуты и образуют одну очередь, чтобы быть обслуженными первым освободившимся кассиром. Время до момента размещения заказа экспоненциально распределено со средним, равным примерно 5 минутам. Вместимость зала ожидания внутри ресторана ограничена. Однако ресторан имеет хорошую кухню и при необходимости посетители готовы выстраиваться в очередь и вне ресторана. Определить размер зала ожидания внутри ресторана, кроме мест возле касс, таким образом, чтобы с вероятностью не менее 0,999 следующий посетитель не ожидал обслуживания вне ресторана.

2. ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

- 2.1. Что такое «СМО с ожиданием», «СМО с отказами», «смешанная СМО» и как они функционируют?
- 2.2. Укажите основные характеристики различных типов СМО.
- 2.3. Как изменятся характеристики СМО, если изменится порядок принятия заявок к обслуживанию (например, по минимальному времени пребывания заявки в системе)?
- 2.4. Как зависит плотность вероятности распределения времени ожидания в СМО от дисциплины очереди?

Литература

1. Андреев, Г.И. Основы научной работы и методология диссертационного исследования. [Электронный ресурс] / Г.И. Андреев, В.В. Барвиненко, В.С. Верба, А.К. Тарасов. - Электрон. дан. - М. : Финансы и статистика, 2012. - 296 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/28348>
2. Белов, В.В. Распознавание нечётко определяемых состояний технических систем. [Электронный ресурс] / В.В. Белов, А.Е. Смирнов, В.И. Чистякова. - Электрон. дан. — М. : Горячая линия-Телеком, 2012. - 140 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/5120>
3. Галушкин, А.И. Нейронные сети: основы теории. [Электронный ресурс] — Электрон. дан. - М. : Горячая линия-Телеком, 2010. - 496 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/5144>
4. Голубева, Н.В. Математическое моделирование систем и процессов. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2013. - 192 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/4862>.
5. Душин, С.Е. Моделирование систем и комплексов. [Электронный ресурс] / С.Е. Душин, А.В. Красов, Ю.В. Литвинов. - Электрон. дан. - СПб. : НИУ ИТМО, 2010. - 178 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/40738>
6. Дьяконов, В.П. MATLAB R2007/2008/2009 для радиоинженеров. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : ДМК Пресс, 2010. - 976 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/1180>
7. Дьяконов, В.П. Mathematica 5/6/7. Полное руководство. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : ДМК Пресс, 2010. - 624 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/1182>
8. Дьяконов, В.П. Вейвлеты. От теории к практике. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : СОЛОН-Пресс, 2007. - 441 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/13640>
9. Каплан, А.В. Решение экономических задач на компьютере. [Электронный ресурс] / А.В. Каплан, В.Е. Каплан, М.В. Мащенко, Е.В. Овечкина. - Электрон. дан. - М. : ДМК Пресс, 2008. - 600 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/1214>
10. Кристаллинский, Р.Е. Решение вариационных задач строительной механики в системе MATHEMATICA. [Электронный ресурс] / Р.Е. Кристаллинский, Н.Н. Шапошников. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2010. - 240 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/211>
11. Марков, Ю.Г. Математические модели химических реакций. [Электронный ресурс] / Ю.Г. Марков, И.В. Маркова. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2013. - 192 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/30200>
12. Мышкис, А.Д. Прикладная математика для инженеров. Специальные курсы. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2006. - 688 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/48184>
13. Охорзин, В.А. Прикладная математика в системе MATHCAD. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2009. - 352 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/294>
14. Подкур, М.Л. Программирование в среде Borland C++ Builder с математическими библиотеками MATLAB C/C++. [Электронный ресурс] / М.Л. Подкур, П.Н. Подкур. - Электрон. дан. - М. : ДМК Пресс, 2009. - 496 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/1174>
15. Рыжков, И.Б. Основы научных исследований и изобретательства. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2012. - 224 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2775>

16. Смоленцев, Н.К. MATLAB: Программирование на Visual C#, Borland C#, JBuilder, VBA: Учебный курс. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - М. : ДМК Пресс, 2008. - 464 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/1253>
17. Юдович, В.И. Математические модели естественных наук. [Электронный ресурс] - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2011. - 336 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/689>